

# 平成30年度 わか杉チャレンジフェスティバル 問題用紙 (中学生の部)

エントリーナンバー	中ー	氏名	
-----------	----	----	--

**注意** 答えは、解答用紙の解答らんを書いてください。それ以外の場所を書いた場合は解答とみなしません。

I 3 パターンの「数の規則的な並び」があります。

パターン A  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, n, \dots$

パターン B  $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, \dots, 2n-1, \dots$

パターン C  $1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, \dots, n^2, \dots$

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 図1 を参考に①を、図2 を参考に②を計算しなさい。

①  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 30 =$

②  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 31 =$

図1

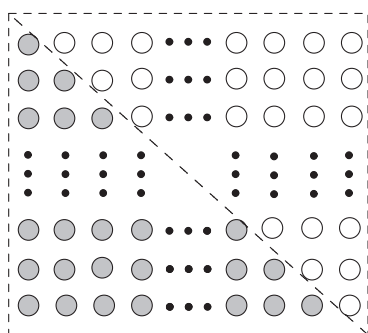
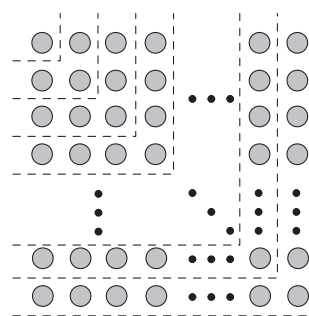
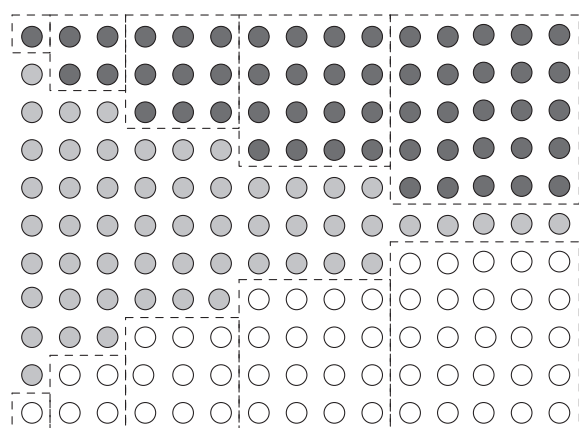


図2



(2)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$  の答えは、図3 と〈考え方〉により、 $\frac{11 \times 15}{3}$  の計算で求めることができます。この考えを利用して、 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 29^2 + 30^2$  を計算しなさい。

図3



〈考え方〉

左は、 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$  を考えるための図である。

【●玉, ○玉について】

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

【●玉について】

$$9 \times 1 + 7 \times 2 + 5 \times 3 + 3 \times 4 + 1 \times 5$$

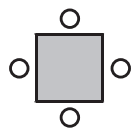
$$= 1 + (1+3) + (1+3+5) + (1+3+5+7) + (1+3+5+7+9)$$

$$= 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

Ⅱ 図1のような4人掛けのテーブルを横に並べて、いくつかのテーブルのまとまりをつくりま  
す。このテーブルのまとまりのことを島とよびます。テーブルを4個使って島をつくる場合は、  
□のように全部で5通り考えられます。

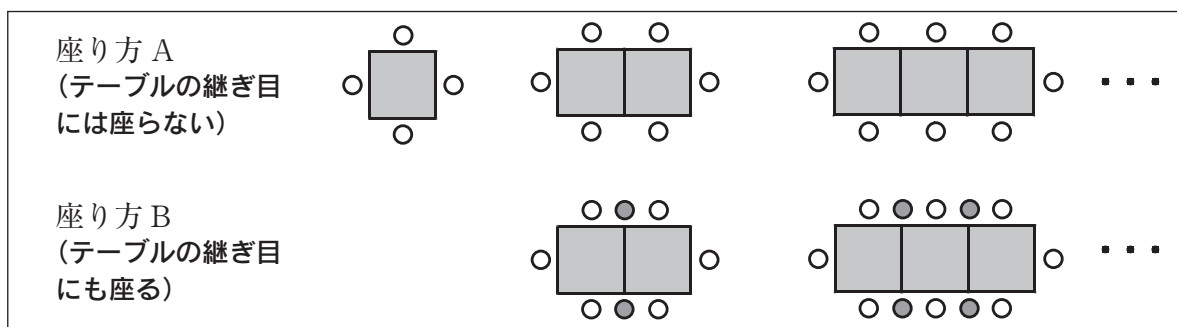
図1



- テーブル4個すべてつないで、1つの島をつくる。
- テーブルを1個と3個に分け、2つの島をつくる。
- テーブルを2個と2個に分け、2つの島をつくる。
- テーブルを1個、1個、2個に分け、3つの島をつくる。
- テーブルを1個ずつ分け、4つの島をつくる。

それぞれの島には、図2の座り方Aか座り方Bのどちらかで着席することにします。このとき、  
下の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図2



- (1) テーブルを5個使って島をつくる時、つくり方は全部で何通りあるか、答えなさい。
- (2) 30人が空席なしで着席するための島をつくります。次の【条件】を満たす場合について、テ  
ーブルの数と座り方を例にならって**5通り**答えなさい。

【条件】

- 島は3つとする。
- テーブルは9個まで使うことができる。ただし、9個のテーブルをすべて使う必要はない。

例

### 3つの島のつくり方

テーブルの数	座り方	テーブルの数	座り方	テーブルの数	座り方
2	A	2	B	4	B

- (3)  $m$  人が空席なしで座り方Bだけで着席しようとしたましたが、島をどのようにつくっても不  
可能でした。このとき、 $m$  はどのような数か、簡単に説明しなさい。

Ⅲ 大地さんと浩司さんは、日本海メロンマラソンに出場します。そこで、八橋運動公園陸上競技場で10kmのランニングをすることにしました。次の会話は、大地さんと浩司さんのものです。これを読んで、下の(1)～(2)の問いに答えなさい。

大地さん：10kmって結構長いな。この競技場のトラックは1周400mだから、25周走るのか…。走りきるのって大変だね。

浩司さん：僕もそう思うよ。何かいい作戦はないのかな？

大地さん：ちょっと考えたんだけど、ずっと走り続けるよりも休けいを取りながら走った方が、あまり疲れないんじゃないかな？

浩司さん：どうだろう？ よし！ 実際に走ってみて実験してみようよ！ 本当は同じ人が走って比べるのがいいけど、今日は二人でやってみようよ。

大地さん：オッケー！ で、どうやる？

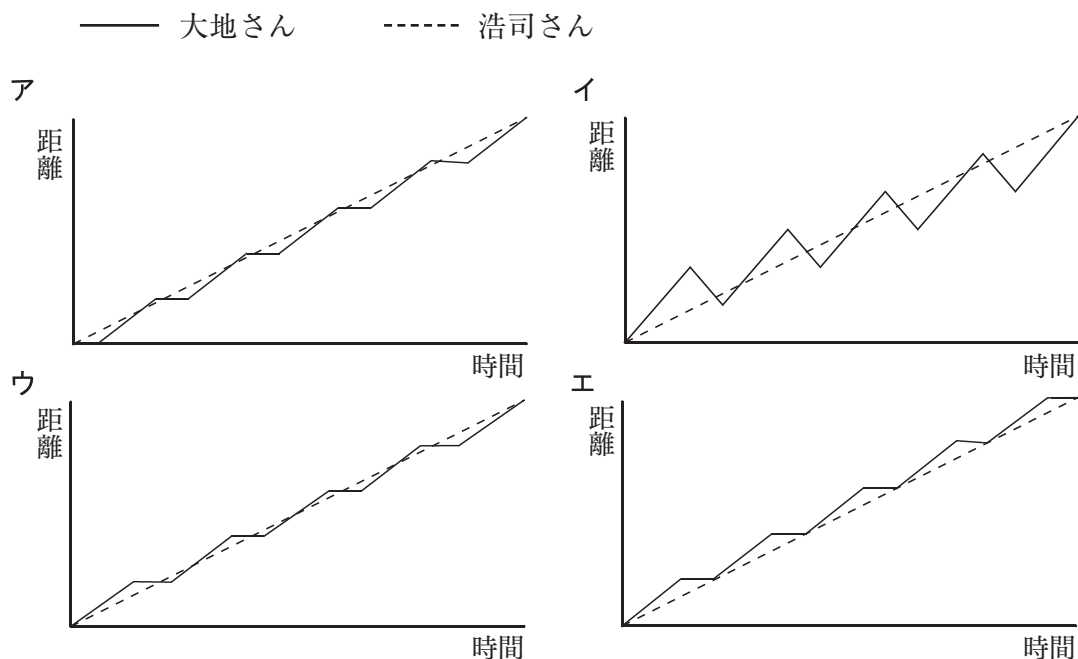
浩司さん：じゃあ、僕は60分でゴールできるように、10kmを一定の速さで走るよ。大地さんは、同時にスタートして、僕より少し速いペースで走って、2km走るとに3分休むというのを繰り返して、同じ60分でゴールするようにしてよ。

大地さん：わかった。じゃ、どのように走るか考えなきゃ。

(1) 大地さんが走る速さは時速何kmか、答えなさい。

(2) 大地さんと浩司さんの走る時間と距離のグラフを考えました。

① 正しいグラフはどれですか、ア～エから選び、記号で答えなさい。

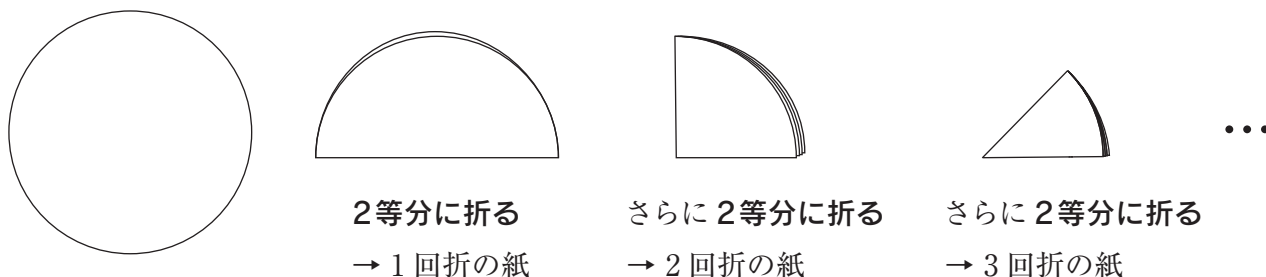


② 大地さんと浩司さんの差が最も開いたとき、その差は何mか、答えなさい。

③ スタートしてからゴールするまでの間に、2人がトラック上の同じ地点にいる瞬間は何回あるか、答えなさい。ただし、スタートするときとゴールするときは除くことにします。

Ⅳ 陽平さんは、図1のように円形の紙を2等分することによって、1回折、2回折、3回折、 $\dots$ 、 $n$ 回折の紙をつくり、折った紙を直線で切って開いたときにどのように分けられるか考えました。このとき、下の(1)、(2)の問いに答えなさい。

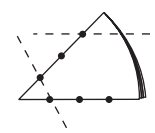
図1



(1) 3回折の紙を図2のように、2か所の-----で切ります。

① 紙は何枚に分けられるか、答えなさい。

図2



•は半径を4等分する点

② 紙を開いたとき、最も面積の大きい紙の形を書きなさい。  
寸法はおおよその長さでよい。

(2) 紙を1本の直線で切ります。

① 3回折の紙を切るとき、切り方によって開いたときの枚数はいろいろな場合が考えられます。  
ありうる場合の枚数をすべて答えなさい。

②  $n$ 回折の紙の場合、開いたときに何枚に切り分けられていると考えられますか。ありうる場合の枚数を  $n$  を用いた式ですべて答えなさい。ただし、 $n$  は2以上の整数とします。

V 次の図1のような正八角形があり、その頂点に0～7の番号をつけます。3点A, B, Cは、最初、頂点0にあり、1秒ごとに、Aは頂点1個分ずつ、Bは頂点2個分ずつ、Cは頂点3個分ずつ、時計回りに移動します。例えば、最初から1秒後の点は図2のようになります。このとき、下の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図1

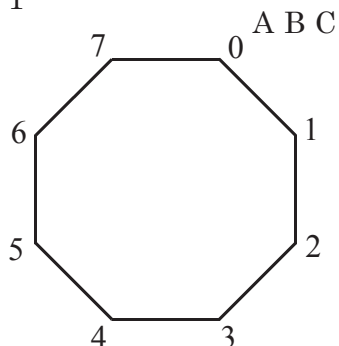
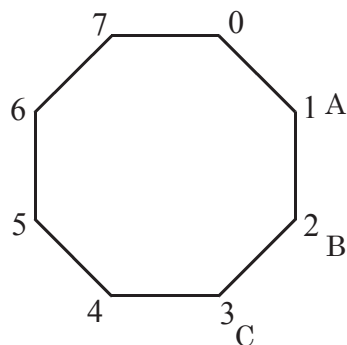


図2



(1) 点が移動した後、初めて3点A, B, Cがすべて同じ頂点にくるのは何秒後か、答えなさい。

(2) 3点A, B, Cを結んで三角形ができるときの面積 $S$ を調べる。 $S$ が最大となる三角形が、最初にできるのは何秒後か、答えなさい。

(3) 点が頂点0を出発して頂点0に戻るまで、点の移動の仕方には次の2通りが考えられます。

タイプⅠ 点A, 点Cのようにすべての頂点を移動して頂点0に戻る。

タイプⅡ 点Bのようにすべての頂点は移動せず、特定の頂点だけを移動して頂点0に戻る。

このことについて、正八角形だけではなく様々な多角形で考えます。

① 点がタイプⅠのように移動するものをア～オからすべて選び、記号で答えなさい。

ア 正八角形で、頂点6個分ずつ時計回りに移動する。

イ 正九角形で、頂点3個分ずつ時計回りに移動する。

ウ 正九角形で、頂点4個分ずつ時計回りに移動する。

エ 正九角形で、頂点5個分ずつ時計回りに移動する。

オ 正九角形で、頂点6個分ずつ時計回りに移動する。

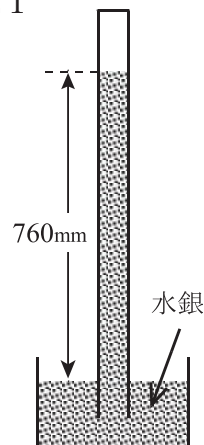
② 正 $m$ 角形で、点が頂点 $n$ 個分ずつ時計回りに移動するとき、タイプⅡのようになるのはどのような場合か、 $m$ と $n$ を用いて説明しなさい。

Ⅵ 洋さんは、大気圧について興味をもち、図書館の本で調べたところ、大気圧は空気の重さによる圧力であることがわかりました。また、大気圧に関する【資料1】～【資料3】を見つけました。これを参考に、下の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、水の密度は $1\text{g/cm}^3$ とします。

【資料1】

図1のように、一方の端を閉じた長さ1mのガラス管に水銀をいっぱいに入れ、空気が入らないように注意して、逆さまにして水銀が入っている容器に入れたところ、760mmの高さまで、水銀が下がってとまった。同じことを高い山の山頂で行うと、760mmよりも低くなった。

図1



【資料2】

次の手順で空気の重さを量った。

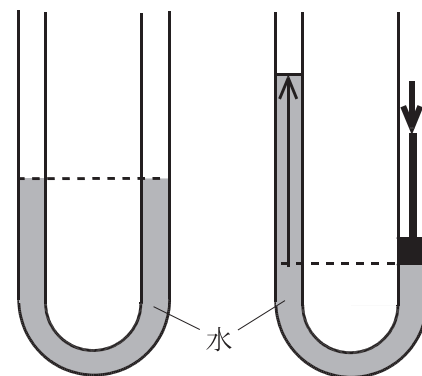
- ① 空のスプレー缶に、空気入れて空気が入らなくなるまで入れる。
- ② そのスプレー缶の重さを電子てんびんで量る。
- ③ そのスプレー缶から、空気を $500\text{cm}^3$ 噴射する。
- ④ 空気を噴射した後のスプレー缶の重さを電子てんびんで量る。

その結果、空気を噴射する前よりも $0.6\text{g}$ 軽くなっていた。

【資料3】

図2のように、U字管に水を入れると、左右の水面の高さが同じになるが、右側の管の水面をピストンで押してやると、左側の水面が高くなる。ピストンを押す力が大きくなればなるほど、左側の水面は高くなり、右側の水面を押す力と左側の水面の高さの間には比例の関係が成り立つ。

図2



- (1) 同じ体積の場合、空気の重さは水の重さの何倍ですか。

- (2) 図3のように、水銀を入れた容器の右側に水を入れていったとき、水銀を760mm押し上げるのに必要な水の高さは何mになりますか。小数第2位を四捨五入して小数第1位までの概数で求めなさい。ただし、容器の断面積は一定、水銀の密度は $13.6\text{g/cm}^3$ とします。

図3

