

平成28年度 わか杉チャレンジフェスティバル 問題用紙 (中学生の部)

エントリーナンバー	中－	氏名	
-----------	----	----	--

注意 答えは、解答用紙の解答らんに書いてください。それ以外の場所に行った場合は解答とみなしません。

I 次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 2^{10} の一の位の数を求めなさい。

(2) $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 + 8^5 + 9^5$ の一の位の数を求めなさい。

(3) m, n が自然数のとき、次の①、②の問いに答えなさい。

① m, n が1桁の自然数で、 $m^n + 1$ が10の倍数となるような m, n の値は何組あるか、答えなさい。

② m, n が20以下の自然数で、 $m^n + 1, n^m + 1$ がともに10の倍数となるような m, n の値の組の中で、 $m^n + 1$ が最も大きくなるときの m, n の値を求めなさい。

Ⅱ なまはげ，スギッチ，んだっち，秋田犬シロのイラストが描かれたカードを使って、次のようなゲームをします。

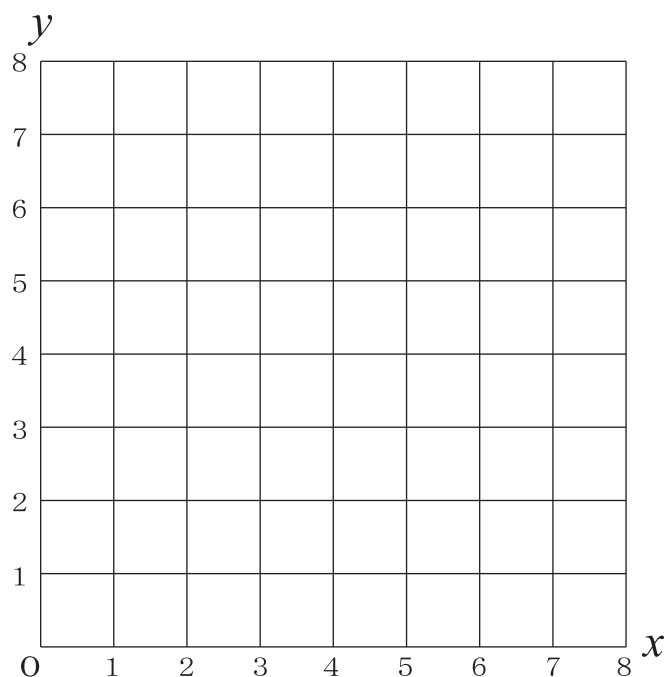
【ルール】

- 1 人对 1 人で対戦し，お互いに 1 枚ずつカードを出し，強いカードを出した方を勝ちとする。出すカードは，各自で選ぶことができる。
- カードの強弱は次のようにする。
 - ・なまはげは，んだっちには負けるが，それ以外には勝つ。
 - ・スギッチは，んだっちとは互角で引き分けるが，秋田犬シロには勝つ。
 - ・秋田犬シロは，んだっちには勝つ。
 - ・同じカードを出したときには，引き分けとする。

1 回だけ対戦するとき，相手に勝つためにあなたならどのカードを選びますか。選ぶカードと，それを選んだ理由を書きなさい。ただし，答えは 1 通りではありませんので，考えられる答えのうち 1 通りについて答えなさい。

Ⅲ 久保田城は、江戸時代に、久保田藩主の居城として建てられました。城の近いところは、外敵から守るために、複雑な道路でしたが、城から少し離れたところでは、交通の便利さなどを考慮して、碁盤の目状に等間隔で道路が整備されていました。

ここでは、下図のような地図を使って、南北に9本、東西に9本の道路が碁盤の目状に整備された町並みとします。下図のように、 x 軸、 y 軸、原点を設定し、直線 $x = 0, x = 1, \dots, x = 8, y = 0, y = 1, \dots, y = 8$ が道路を表すことにします。



地図上で、各道路の交差点を点 P とし、点 P と原点を結んでいくことにします。このとき、
線分 OP 上に他の交差点がない線分… (*)
のみを考えることにします。次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) $x = 8$ で表される道路上の交差点 P と原点を結んだ線分 OP の中で、(*) を満たす線分は何本あるか、答えなさい。

(2) (*) を満たす線分は全部で何本あるか、求めなさい。

Ⅳ 次の文は「ルーローの三角形」について説明したものです。

図1のように、正三角形の3つの頂点をそれぞれ中心として、正三角形の1辺の長さを半径とする円を3つかく。このとき、もとの正三角形のまわりにできる図2のような形をルーローの三角形という。

図1

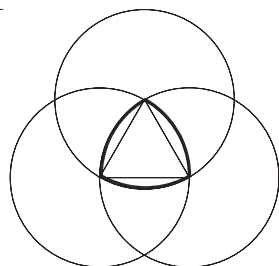
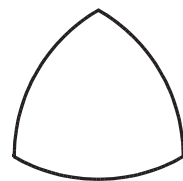


図2



ルーローの三角形

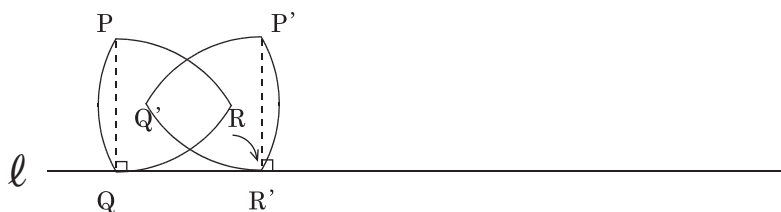
A社では、ルーローの三角形の形をしたお掃除ロボット「ルーローくん」を開発しました。「ルーローくん」のもとなる正三角形の1辺の長さを10cm, 円周率を π として、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 「ルーローくん」の周の長さを求めなさい。

(2) 「ルーローくん」が壁面をすべらずに回転しながら掃除をするとき、①, ②の問いに答えなさい。

① 図3で、「ルーローくん」が直線 ℓ 上を、点 $P \rightarrow$ 点 P' , 点 $R \rightarrow$ 点 R' に回転して移動するとき、点 P が点 P' まで動く距離を求めなさい。ただし、 $PQ \perp \ell$, $P'R' \perp \ell$ とします。

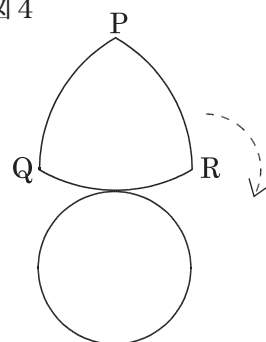
図3



② 図4のように「ルーローくん」が直径10cmの円周上を回転しながら一周します。このとき、「ルーローくん」が掃除する部分の面積を求めなさい。

ただし、「ルーローくん」は通った部分すべてを掃除できるものとします。

図4

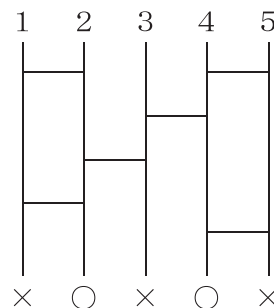


V 一郎さんは、あみだくじの自由研究をしています。次の(1)～(2)の問いに答えなさい。

- (1) 一郎さんは、意図した結果のあみだくじになるようにするための横棒の引き方を考えています。①，②の問いに答えなさい。

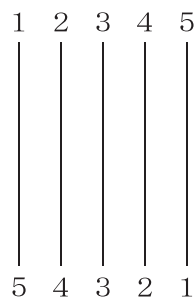
図 1

- ① 5人で図1のあみだくじを行います。1と5を選んだ人が○に当たるように、横棒を書き入れなさい。ただし、書き入れる横棒は3本以内とすること。



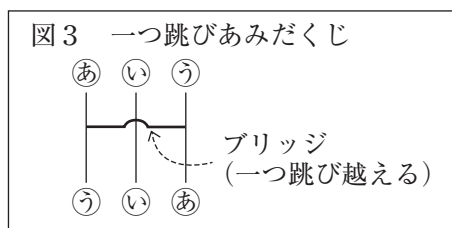
- ② 5人用のあみだくじをつくります。図2のように順番が入れ替わるあみだくじにするためには、横棒が何本必要か、最小の本数を答えなさい。

図 2



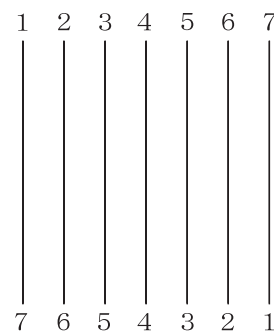
- (2) 一郎さんは、図3のようなブリッジだけを用いる一つ跳びあみだくじを思いつきました。

- ①，②の問いに答えなさい。



- ① 図4のように、1～7の数字の並びを反対にする一つ跳びあみだくじを作るためにブリッジは何本必要か、最小の本数を答えなさい。

図 4

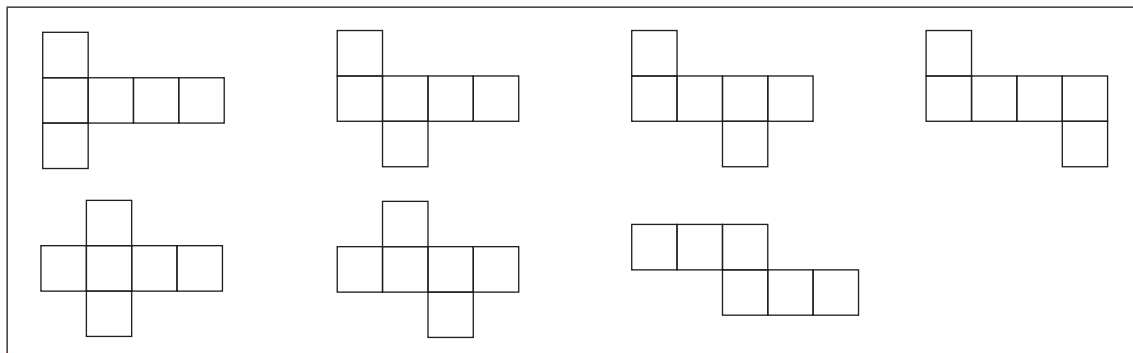


- ② 1から $2n+1$ (n は自然数)までの $2n+1$ 個の整数が小さい順に並んでいる。これを一つ跳びあみだくじで、大きい順に並べ替えるのにブリッジは何本必要か、最小の本数を n を用いて表しなさい。

Ⅵ 花子さんは、サイコロの展開図について研究しています。次の(1)～(2)に答えなさい。

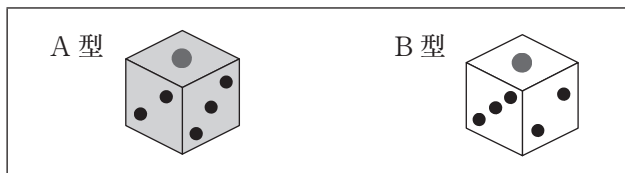
- (1) 花子さんは、立方体の展開図は11通りあることを知っていたので、まず、それらを実際に描くことにしました。図1の7通りと異なる展開図を2つ描きなさい。

図1



- (2) 花子さんは、向かい合う面の数字の和がどれも7になるサイコロは、図2のようにA型（グレー）とB型（白）に分類できることに気がきました。①，②の問いに答えなさい。

図2



- ① A型のサイコロになるように、図3の展開図の各面に目の数（2～6の数字）を書き入れなさい。

ただし、サイコロは数字を書いている面が表（おもて）になるように組み立てるものとします。

図3

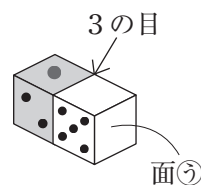


- ② 次のルールで、図4のように18個のサイコロを並べます。

【ルール】

A型とB型のサイコロの同じ目の面を合わせるようにしてサイコロを並べる。

例えば、右の図では2つのサイコロが合わさる面は3の目であり、面㊦は4の目である。



このとき、面㊦になりうる目を、1～6の数字ですべて答えなさい。

図4

