

令和元年度 わか杉チャレンジフェスティバル（中学生の部）の解説

I

- (1) 3問正答した場合を、問題の配点で分けて表にまとめると、次のようになる。

配点 2 点	3 問	2 問	1 問	0 問
配点 5 点	0 問	1 問	2 問	3 問
得点	6 点	9 点	12 点	15 点

- (2) 配点が 2 点と 5 点なので、得点が 1 点、3 点になることはない。また、失点が 1 点、3 点になることもないので、得点が 27 点、29 点になることもない。

- (3) 出席番号を、1，2，3，4 で表し、正答数をまとめると次のようになる。

出席番号	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
問題 1～5	4	1	2	3
問題 6～9	3	3	2	1

はじめに問題 1～5 について考える。1と2は問題 2 と 3 で同じ答えを書いているので、このいずれかが不正答である。問題 1，4，5 に関しては、1は正答しているので、正解は、問題 1…B，問題 4…B，問題 5…A であることがわかる。これより、4は、問題 1，5 で誤答，問題 2，3 で正答していることになる。よって、問題 2…A，問題 3…A が正解である。

次に、問題 6～9 について考える。1と2の結果から、問題 6…B，問題 8…A が正解であることがわかる。よって、4は問題 8 で正答なので、問題 7…B，問題 9…A が正解になる。

II

- (1) $4 + 8 + 12 + 16 + \cdots + 196 + 200 = 4(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 50) = 4 \times 1275 = 5100$

- (2) ① $3 + 7 + 11 + 15 + \cdots + 195 + 199$

$$= (4 - 1) + (8 - 1) + (12 - 1) + (16 - 1) + \cdots + (196 - 1) + (200 - 1)$$

$$= (4 + 8 + 12 + 16 + \cdots + 196 + 200) - 50$$

$$= 5100 - 50$$

$$= 5050$$

- ② いちばん大きい黒色の部分の面積は、 $100^2\pi - 99^2\pi = 199\pi$

$$2 \text{ 番目に大きい黒色の部分の面積は、 } 98^2\pi - 97^2\pi = 195\pi$$

以下同様に考えると、求める面積は、

$$199\pi + 195\pi + \cdots + 11\pi + 7\pi + 3\pi = (3 + 7 + 11 + \cdots + 195 + 199)\pi \\ = 5050\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

III

- (1) 4 分後から 5 分後までの 1 分間に電話をかけることができるのは、自治会長と（2～3 分）と（3～4 分）に連絡を受けた世帯である。よって $1 + 4 + 7 = 12$ 。この 1 分間に連絡を受ける世帯は 12。

- (2) はじめて連絡を受けた世帯数を 1 分ごとに表にまとめると、次のようになる。

	0～1 分	1～2 分	2～3 分	3～4 分	4～5 分	5～6 分	…
はじめて連絡を受けた世帯数	1	2	4	7	12	20	…

したがって、連絡を受けた世帯数の合計は、次のようになる。

	1 分後	2 分後	3 分後	4 分後	5 分後	6 分後	…
連絡を受けた世帯数の合計	1	3	7	14	26	46	…

よって、6 分である。

- (3) はじめて連絡を受けた世帯数は、次のように 1 分ごとに 2 倍になる。

	0～1 分	1～2 分	2～3 分	3～4 分	4～5 分	5～6 分	…
はじめて連絡を受けた世帯数	1	2	4	8	16	32	…

6～7 分後は 64 世帯，7～8 分後は 128 世帯，8～9 分後は 256 世帯，9～10 分後は 512 世帯，…と増えていく。また、連絡を受けた世帯数の合計は、7 分後は 127 世帯，8 分後は 255 世帯，9 分後は 511 世帯，10 分後は 1023 世帯，…となる。したがって、950 世帯に連絡するには 10 分かかる。

IV

(1) 大きい順に, 49, 43, 37, …となる。

(2) ① いちばん大きい数は x^2 である。

2 番目に大きい数はそれよりも $x - 1$ 小さくなり, $x^2 - (x - 1)$

3 番目に大きい数はそれよりも $x - 1$ 小さくなり, $x^2 - 2(x - 1)$

4 番目に大きい数はそれよりも $x - 1$ 小さくなり, $x^2 - 3(x - 1)$

よって, $x^2 - 3x + 3$

② 大きい方から順に 4 つの数の和は, $4x^2$ より小さい。

$4x^2 > 510$ より $x^2 > 127.5$ 。 x は自然数であるので $x > 11$ 。

$x = 12$ のときの数の列は, 大きい方から 144, 133, 122, 111 で, 和がちょうど 510。よって, 一列に 12 個のカードが並んでいる。

一方, 右図のように, 正方形の頂点にくるカードの数字について, $A + D = C + B$ の関係が成り立つ。

$$A + D = n^2 + (n^2 - 3n + 3) = 2n^2 - 3n + 3 \text{ で}$$

$$(A + D) + (C + B) = 2(A + D) = 4n^2 - 6n + 6$$

$n = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ について $4n^2 - 6n + 6$ の値を求め, それらの合計を求めるとよい。

n	2	4	6	8	10	12	合計
4 つの頂点にある数字の和	10	46	114	214	346	510	1240

よって, 合計は 1240 である。

D	21	22	23	24	25	26	C
	20	7	8	9	10	27	
	19	6	1	2	11	28	
	18	5	4	3	12	29	
	17	16	15	14	13	30	
A	36	35	34	33	32	31	B

太線で囲まれた正方形について
内側から対角にある数に着目

$$4 + 1 = 2 + 3$$

$$16 + 7 = 10 + 23$$

$$36 + 21 = 26 + 31$$

$$64 + 43 = 50 + 57$$

⋮

V

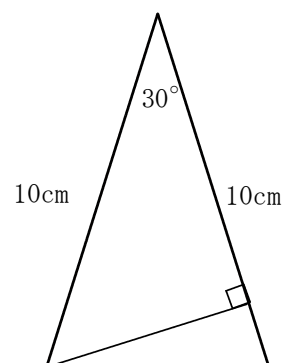
(1) 底角が 30° の二等辺三角形であるから頂角の大きさは 120° 。

(2) 図のように垂線を引くと, この垂線の長さが 5cm になるので,

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ である。}$$

(3) 半径が 10cm で, 中心角が 30° のおうぎ形から (2) の三角形の面積を引けばよい。

$$\pi \times 10^2 \times \frac{30}{360} - 25 = \frac{25}{3} \pi - 25 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ である。}$$



VI

(1) 表 2 の, 加えた水の質量が 50g のときの値と同じである。

(2) 質量が $150 + 250 = 400$ (g) で, 底面積が $50\text{cm}^2 = 0.005\text{m}^2$ なので, $4 \div 0.005 = 800$ (Pa) である。

(3) 表 3 から, 質量 50g につき 1mm 沈むので, 空きビン B の質量は $50 \times 6 = 300$ (g) である。また, 表 1 から, 質量が等しいとき, 底面積とスポンジが沈んだ深さは反比例の関係であり, 表 2, 3 の総質量が 400g のところを比べると, 表 2 では 16mm, 表 3 では 8mm になっているので, 空きビン B の底面積は, $50 \times 2 = 100$ (cm²) である。