令和２年度　わか杉チャレンジフェスティバル　問題用紙
（中学の部）

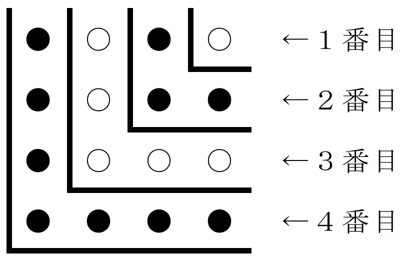
氏名	

※　計算に電卓を使用しても構いません。
注意　答えは，解答用紙の解答らんに書いてください。

Ⅰ　次の図のように，１番目に白の碁石を１個置き，２番目に黒の碁石を３個，３番目に白の碁石を５個，４番目に黒の碁石を７個・・・と白黒の碁石を交互にＬ字型に並べていきます。この図を参考にして，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　６番目までに並べた碁石は全部で何個になりますか。
また，使う碁石の総数が 400 個になるのは，何番目まで並べたときかを求めなさい。

図



(2)　上の図で，２番目，４番目のように，黒の碁石をＬ字型に並べたところで，並べるのをやめることにする。10番目に黒の碁石をＬ字型に並べた時，白と黒の碁石の個数は，どちらがどれだけ多いか答えなさい。

(3)　白黒の碁石を交互にＬ字型に並べていき，Ｌ字型に並べるために使う碁石の総数が白黒合わせて2020個を超えてしまう場合は，そのＬ字型の部分には，碁石を１つも並べないこととする。並べた白色の碁石の個数を求めなさい。

Ⅱ　まなぶくんは，図１のように１から９までの数を書いたカードを準備して，次の＜ルール＞で数を○で囲み，囲んだ数の和を求めました。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

＜ルール＞
①始めに，この９個の数から１個を選んで○で囲み, ○の数の上下と左右にある数をすべて ―― で消します(図２は，２を選んだときを表しています)。
②次に，残りの数から１個を選んで○で囲み，○の数の上下と左右にある数をすべて ―― で消します（図３は，残りの数４，６，７，９から６を選んだときを表しています)。
③残った１個の数を○で囲みます(図４は，残った７を○で囲んだときを表しています)。
④最後に，○でかこんだ数の和を求めます(図４では，２+６+７＝15 となります)。

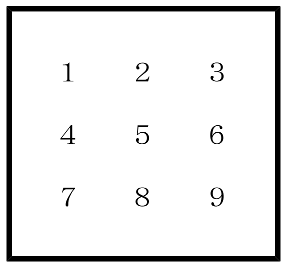
図１


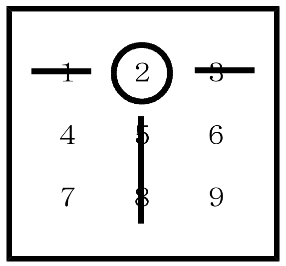
図２


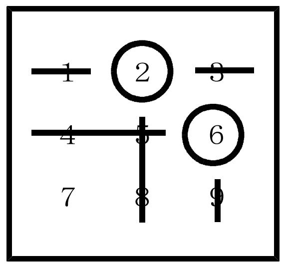
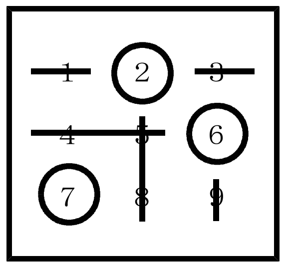
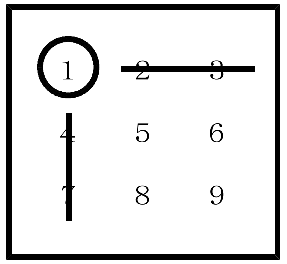
図３


図４


(1)　右図のように，まなぶくんが始めに１を選んだとき，あなたならどう続けますか。続きを書き，○で囲んだ数の和を求めなさい。



(2)　まなぶくんは，○で囲んだ数の和について気がついたことを，次のように説明しました。 $\boxed{a，b，c}$ と $\boxed{a＋b＋c}$ の a，b，c には，３つの数字が入ります。a，b，c に入る３つの数を答え，式を完成させなさい。また，まなぶくんが**○で囲んだ数の和について気がついたこと**も答えなさい。

＜まなぶくんの説明＞

図５のように，横の並びを１行，２行, ３行，縦の並びを１列，２列，３列と定めると，図６に示すとおり，各行ごとに k＋１，k＋２，k＋３（k は各行ごとに決まる数）と表せる。

図５

	1列	２列	３列
１行	1	2	3
２行	4	5	6
３行	7	8	9

図６

	1列	２列	３列
１行	０＋１	０＋２	０＋３
２行	３＋１	３＋２	３＋３
３行	６＋１	６＋２	６＋３

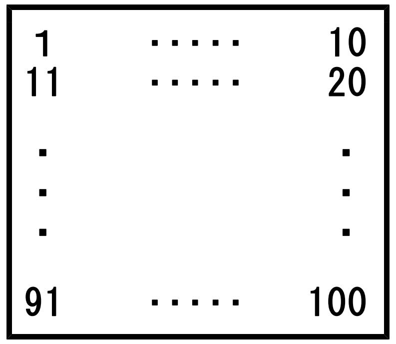
ルールの通り○で囲んでいくと，同じ行や同じ列には○が１つしかないことが分かる。
・・・・・①

○で囲まれた３個の数字に注目して見てみると，①より，k＋１，k＋２，k＋３の３個の k の値として，必ず $\boxed{a，b，c}$ が一度ずつ現れる。したがって，

（○で囲んだ数の和）＝（○で囲まれた３個の k の和）＋（１と２と３の和）
＝（ $\boxed{a＋b＋c}$ ）＋（１＋２＋３）　と表すことができる。

気がついたこと	

(3)　図７のように，１から100 までの数を書いたカードで＜ルール＞と同じようにやると，○で囲んだ数の和はいくつになりますか。まなぶくんの説明を参考にして，理由を述べてから答えなさい。

図７


Ⅲ　次の文は「ルーローの三角形」について説明したものです。

図１のように，正三角形の３つの頂点をそれぞれ中心として，正三角形の１辺の長さを半径とする円を３つかく。このとき，もとの正三角形のまわりにできる図２のような形をルーローの三角形という。

図１

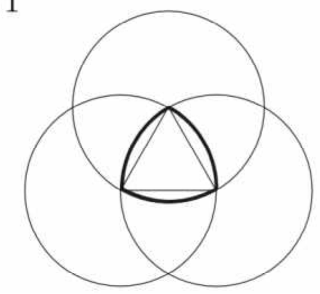
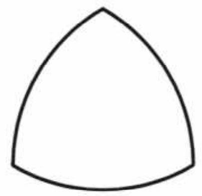


図２



ルーローの三角形

Ａ社では，ルーローの三角形の形をしたお掃除ロボット「ルーローくん」を開発しました。「ルーローくん」のもとになる正三角形の１辺の長さを10cm，円周率をπとして，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　「ルーローくん」の周の長さを求めなさい。計算の過程も書きなさい。

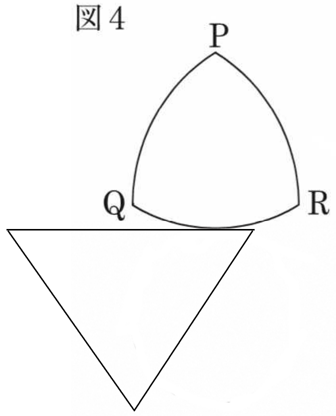
(2)　「ルーローくん」が壁面をすべらずに回転しながら掃除をするとき，①，②の問いに答えなさい。

①　図３で，「ルーローくん」が直線 ℓ上を，点Ｐ →点Ｐ'，点Ｒ →点Ｒ'に回転して移動するとき，　点Ｐが点Ｐ'まで動く距離を求めなさい。ただし，ＰＱ ⊥ ℓ，Ｐ'Ｒ'⊥ ℓ とします。

図３

②　図４のように「ルーローくん」が１辺の長さ10cmの正三角形の辺上を回転しながら一周します。このとき，「ルーローくん」が掃除する部分の面積を求めなさい。
ただし，「ルーローくん」は通った部分すべてを掃除できるものとします。

図４



Ⅳ　今から約2400年前，古代ギリシャのアリストテレスは，すでに地球が球であることを示す証拠をいくつか知っていました。それから約100年後，エラトステネスは，地球の大きさを調べることに成功しました。その方法は，次のようになります。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

エラトステネスは，エジプトの大都市アレクサンドリアにいました。彼はある本を読んで，アレクサンドリアの真南にあるシエネという町では，夏至の日の正午に，井戸の底に太陽の光が映り，地面に垂直に立てた棒の影ができないことを知りました。
図１は，太陽の光がちょうど真上から差しているということを表しています。
そこで，エラトステネスは，アレクサンドリアで，夏至の日の正午に，図２のように半球型の器具で棒の影の長さを測定しました。このとき，図２の弧の長さ（あの部分）は，半円の弧の長さの $\frac{1}{25}$ でした。

ただし，棒は地面に垂直で，その長さは半円の半径に等しいものとします。

図１

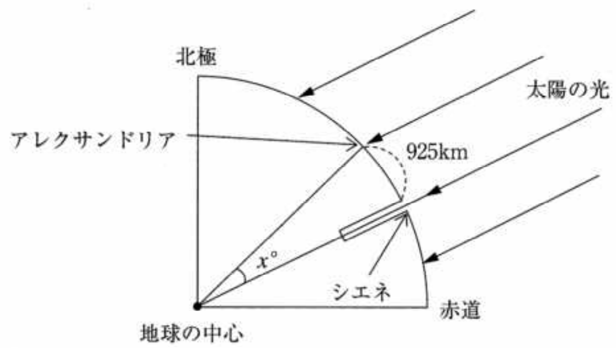
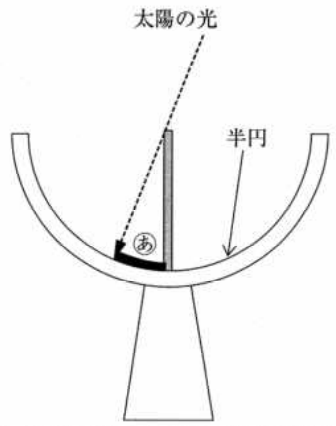


図２



(1) 図１の x の値を求めなさい。

(2) 当時の書物によると，アレクサンドリアとシエネは925km離れていると考えられていました。このことから，エラトステネスは地球の直径を計算することができました。エラトステネスが計算した地球の直径は約何kmになりますか。直径を求める過程を書いて値を求めなさい。
ただし，地球は完全な球であり，円周率は3.14とします。また，答えは十の位を四捨五入し，百の位までの概数で答えなさい。

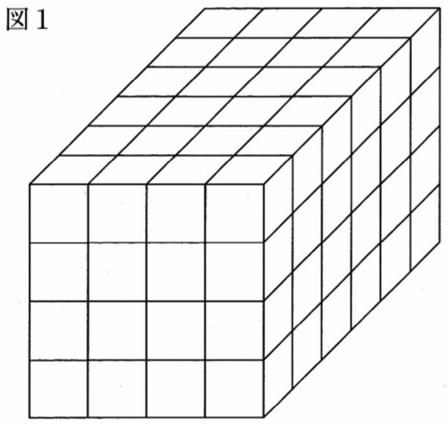
Ｖ　図１のように１辺１cmの立方体96個を積み上げてできた直方体があります。その直方体から立方体を１個ずつ抜きとった立体 V を考えます。
立方体を抜きとっても V の形はくずれないとして，次の(1)～(3)の問いに答えなさい

(1) 図１について
① 直方体の表面積を求めなさい。

② 表に見える立方体１個を抜きとっても立体 V の表面積が直方体の表面積と変わらないことはありますか。あるとしたら，その立方体の一つに斜線で解答らんにしるしをつけなさい。

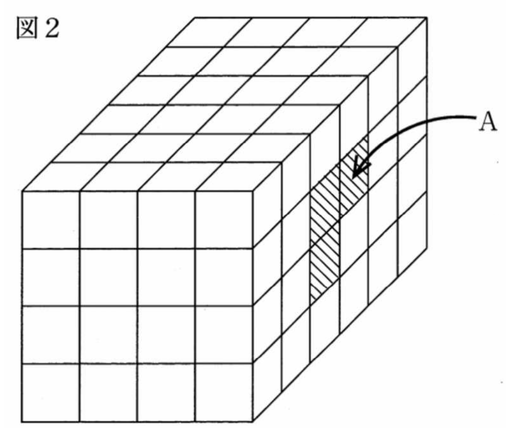
③ 立方体１個を抜きとると，立体 V の表面積が直方体の表面積より３㎠だけ増えることはありますか。あるとしたら，その立方体の一つに斜線で解答らんにしるしをつけなさい。

図１



(2) 図２で，３つの立方体の面Ａから反対側の面までまっすぐに立方体12個を抜きとるとき，立体 V の表面積を求めなさい。

図２



(3) 図３で立方体 a から立方体 b まで，面が接する７個の立方体（立方体 a ，b を含む）を抜きとりま
す。
このとき，立体 V の表面積が最も大きくなるように立方体を１個ずつ抜き取る。このとき，立体 V の表面積は何㎠になるか，答えなさい

図３