

# 平成29年度 わか杉チャレンジフェスティバル 問題用紙 (中学生の部)

エントリーナンバー	中ー	ー	氏名	
-----------	----	---	----	--

**注意** 答えは、解答用紙の解答らんを書いてください。それ以外の場所に行った場合は解答とみなしません。

I 次の表1, 表2のように、縦、横それぞれ3列からなるマス目に9個の整数を入れ、どの縦、横、斜めの3つの整数を加えても、すべて和が等しくなるようにしたものを「 $3 \times 3$ の魔方陣まほうじん」といいます。次の(1)~(3)の問いに答えなさい。

表1

8	1	6
3	5	7
4	9	2

どの方向の3数でも  
和がすべて15

8	1	6
3	5	7
4	9	2

表2

-7	3	-5
-1	-3	-5
-1	-9	1

(1) 表3の「 $3 \times 3$ の魔方陣」を完成させなさい。

表3

1	0	
	2	
		3

(2) 表1~3から、「 $3 \times 3$ の魔方陣」の真ん中の整数と、縦、横、斜めの3つの数の和の関係を見つけ、その関係を書きなさい。  
また、表4の空らんにあてはまる数を書き入れ、「 $3 \times 3$ の魔方陣」を完成させなさい。

表4

		0
	3	
		15

(3) 異なる9つの負の整数を使って、表5の「 $3 \times 3$ の魔方陣」を作ります。空らんにな数を書き入れ「 $3 \times 3$ の魔方陣」を1つ完成させなさい。

表5

-9		
	-6	

- Ⅱ 1 辺が 3 cm の正三角形 A B C と 1 辺が 6 cm の正方形があります。図 1 のように、正方形の内部に正三角形があり、点 B は正方形の頂点と重なっており、点 C は正方形の辺上にあります。この状態から、正三角形 A B C が、図 2 のように、正方形の内部をすべることなく時計の針の進む向きに転がり、正方形の辺に沿って内部を 1 周してもとの位置に戻り、図 3 のようになりました。次の(1), (2)の問いに答えなさい。

図 1

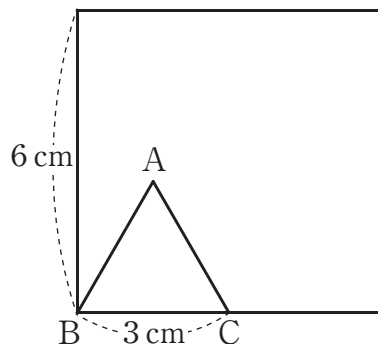


図 2

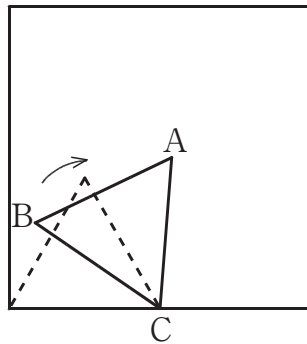
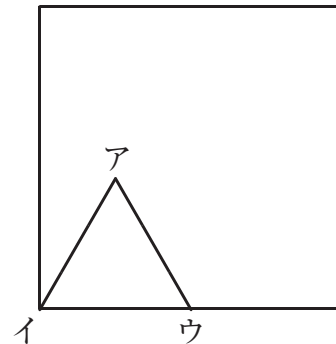


図 3



- (1) 図 3 で、頂点 A, B, C はそれぞれア～ウのどの位置にあるか、答えなさい。
- (2) 頂点 A が通ったあとの曲線について、
- ① 曲線を図示しなさい。
  - ② 曲線の長さを求めなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

Ⅲ AさんとBさんは、二人でカードゲームをします。次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) AさんとBさんは、はじめに「21 ゲーム」というゲームをしました。

【ルール】

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

- ① じゃんけんで先手, 後手を決める。
- ② 先手, 後手が交互に, 左側から順番に連続するカードを取っていく。
- ③ 1人が続けて取ることができるカードは3枚までであり, 1枚, 2枚でもかまわない。
- ④ 21のカードを取ると負けである。

【例】 Aさんが先手, Bさんが後手で, このゲームをしたとします。

Aさん → Bさん → Aさん → Bさん → …………… → Aさん → Bさん  
“1 2” → “3 4 5” → “6” → “7 8” → …………… → “19 20” → “21”  
となると, Bさんの負けになります。

AさんまたはBさんが続けて取った1～3枚のカードの中で最も大きな数を「Lナンバー」と呼ぶこととします。ただし, 続けて取ったカードが1枚のときは, そのカードの数を「Lナンバー」とします。上の【例】ではLナンバーは左から順に2, 5, 6, 8, …, 20, 21となります。

- ① 何回目かのAさんのLナンバーが16, つまりAさんが続けて取ったカードが“14 15 16”, “15 16”, “16”のいずれかのとき, AさんはBさんのカードの取り方にうまく対応することによって必ず勝つことができます。このとき, Bさんのカードの取り方をすべて挙げ, それぞれの場合に, Aさんはどのようにカードを取ればよいか, 「            のとき,            を取る」のように答えなさい。
- ② Bさんが先手のとき, Aさんは, 相手のカードの取り方にうまく対応してカードをとることによって, 必ず勝つことができます。Aさんはどのようにカードをとればよいか, 簡単に説明しなさい。

(2) AさんとBさんは, ルールを次のように変更して「 $m$  ゲーム」をすることにしました。ただし,  $m$  は41以上50以下の整数とします。

【ルール】

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 …… (略) ……  $m-2$   $m-1$   $m$

- ① じゃんけんで先手, 後手を決める。
- ② 先手, 後手が交互に, 左側から順番に連続するカードを取っていく。
- ③ 1人が続けて取ることができるカードは4枚までであり, 1枚, 2枚, 3枚でもかまわない。
- ④  $m$ のカードを取ると負けである。

Bさんが先手のとき, Aさんが相手のカードの取り方にうまく対応してカードをとることによって必ず勝つことができる  $m$  の値がいくつかあります。そのような  $m$  の値を, すべて答えなさい。

Ⅳ サクランボといえは、山形県産の「佐藤錦<sup>さとうにしき</sup>」という品種が有名ですが、この「佐藤錦」は秋田県でも作られており、山形県産に負けないくらいおいしく、人気があります。

次の資料は、サクランボの収穫量が多い都道府県の1位、2位と5位の秋田県についてまとめたものです。秋田県の収穫量は全国5位です。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

資料

順位	都道府県	収穫量(t)	割合
1位	山形県	14,500	76.3%
2位	北海道	1,430	7.5%
5位	秋田県	<input type="text" value="あ"/>	1.9%

※「割合」は、全国の収穫量に対する、それぞれの都道府県の収穫量の割合です。

(平成26年度 都道府県別収穫量 農林水産省 より作成)

(1) ①山形県の収穫量は、北海道の収穫量の約何倍か、求めなさい。ただし、整数で答えなさい。

②北海道の収穫量と割合を利用して、全国の収穫量は約何万何千トンか、求めなさい。

(2) 山形県の収穫量と割合、秋田県の割合から秋田県の収穫量  を求めなさい。ただし、一の位を四捨五入して答えなさい。

(3) 山形県の収穫量 14,500t は、実際の収穫量の十の位を四捨五入したものです。

十の位を四捨五入して値が 14,500 となる範囲は、何以上、何未満か、答えなさい。

V 1 辺が 2 cm で、表面が白色の立方体の積み木を、図 1 のように 10 段重ねて、ピラミッドのような立体を作りました。図 2 は、このピラミッドのような立体を真上から見たものであり、各段に 1 cm の幅の通路ができています。立体の内部に空洞はありません。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図 1

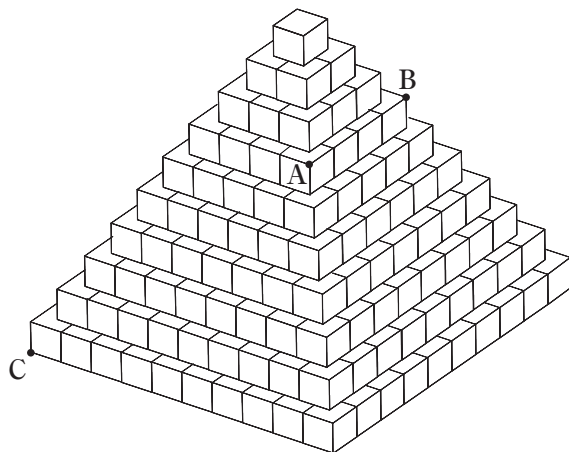
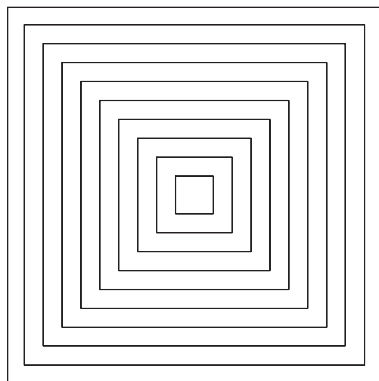


図 2



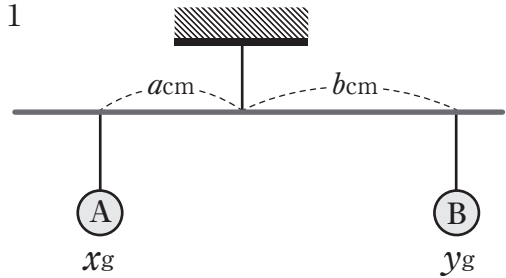
- (1) このピラミッドのような立体をつくるのに必要な積み木は何個か、答えなさい。
  
- (2) 図 1 において、点 A, B, C はそれぞれ立方体の頂点です。  
3 点 A, B, C を通る平面 P で、このピラミッドのような立体を 2 つに分けます。このとき、平面 P で 2 つに切り分けられる積み木は何個か、答えなさい。
  
- (3) (2) で 2 つに分けた立体のうち、体積が大きい方の立体の体積を求めなさい。

Ⅵ <sup>かんとう</sup> 竿燈まつりでは、多くの<sup>ちようちん</sup>提灯がついた竿燈を、肩や額でバランスをとり豊作を祈ります。竿燈のバランスをとることは決して簡単なことではなく、多くの観客はその技を楽しんでいます。竿燈でうまくバランスがとれるのはどのようなときかを考えるのはちょっと複雑で難しいため、ここでは、簡単な例を使って、「つり合う」ということを考えてみましょう。

1 か所で支えた棒におもりをひもで下げたときに、つり合う（水平になる）かどうかについて考えます。

図1で、2つのおもりA, Bについて、  
 それぞれの重さを  $xg$ ,  $y g$ ,  
 それぞれ支点からの距離を  $a\text{cm}$ ,  $b\text{cm}$ として、  
 $ax = by$   
 が成り立つとき、棒をかたむけるはたらきが  
 等しくなり、つり合います。

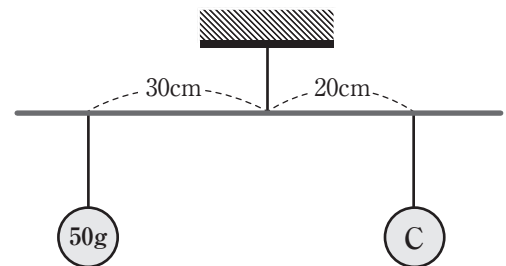
図1



次の(1)~(3)の問いに答えなさい。ただし、棒やひもの重さは考えなくてよいこととします。

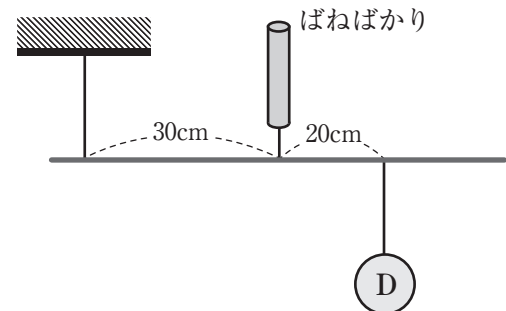
- (1) 図2の棒はつり合っています。このとき、  
 おもりCは何gか、答えなさい。

図2



- (2) 図3の棒はつり合っており、ばねばかりは  
 20gを示しています。このとき、おもりDは  
 何gか、答えなさい。

図3



- (3) 図4の棒はつり合っており、おもりEは  
 100gで、ばねばかりは30gを示しています。  
 おもりEは支点から何cmのところにあるか、  
 答えなさい。

図4

