平成29年度　わか杉チャレンジフェスティバル　解説
（中学校の部）

Ⅰ (1)【ここでは，縦方向を「列」，横方向を「段」と呼ぶこととします。】
左上から右下の斜めの和は　１＋２＋３＝６
上の段の和は　１＋０＋□＝６　だから，右上の整数は５
右上から左下の斜めの和は　５＋２＋□＝６　だから，左下の整数は－１
残りは，空欄を１個だけ含むように，縦や横の和を考えてみましょう。

1	0	**5**
	2	
		3

1	0	5
	2	
-1		3

(2) 表１～３から，真ん中の整数の３倍が，縦，横，斜めの３つの数の和と等しくなることが分かります。（このことは，いつでも成り立ちます。）
表４で，真ん中の数が３だから，縦，横，斜めの数の和は３×３で９になります。
左上から右下の斜めの和は　□＋３＋１５＝９　だから，左上の整数は－９
右上から左下の斜めの和は　０＋３＋□＝９　だから，左下の整数は６
残りは，空欄を１個だけ含むように，縦，横の和を考えてみましょう。

(3) 表５で，真ん中の数が－６だから，縦，横，斜めの数の和は－６×３で－１８になります。
左上から右下の斜めの和は　－９＋（－６）＋□＝－１８　だから，右下の整数は－３
ここで，真ん中の－６の上をａ，右上をｂ，右をｃ，左をｄとすると，上の段を考えて
－９＋ａ＋ｂ＝－１８　となるから，ａ＋ｂ＝－９
したがって，ａは－１から－８までの整数で，ａの値によって，ｂの値も決まります。
右の列を考えて，ｂ＋ｃ＋（－３）＝－１８　となるから，ｂ＋ｃ＝－１５
したがって，ａの値によって，ｃの値も決まります。
真ん中の段を考えて，ｄ＋（－６）＋ｃ＝－１８　となるから，ｄ＋ｃ＝－１２
したがって，ａの値によって，ｄの値も決まります。
ａを－１から－８までの整数として，ａ，ｂ，ｃ，ｄの表を作ります。

a	－１	－２	－３	－４	－５	－６	－７	－８
b	－８	－７	－６	－５	－４	－３	－２	－１
c	－７	－８	－９	－10	－11	－12	－13	－14
d	－５	－４	－３	－２	－１	0	＋１	＋２

（「異なる９つの負の整数」だから，－９，－６，－３や０以上の整数は使えないので，上の表の網掛けの部分は使えません。）
表の網掛け以外の部分の４つの組について，残りは，空欄を１個だけ含むように，縦の和を考えてみると，魔法陣が完成します。
答えは，次の４通りです。

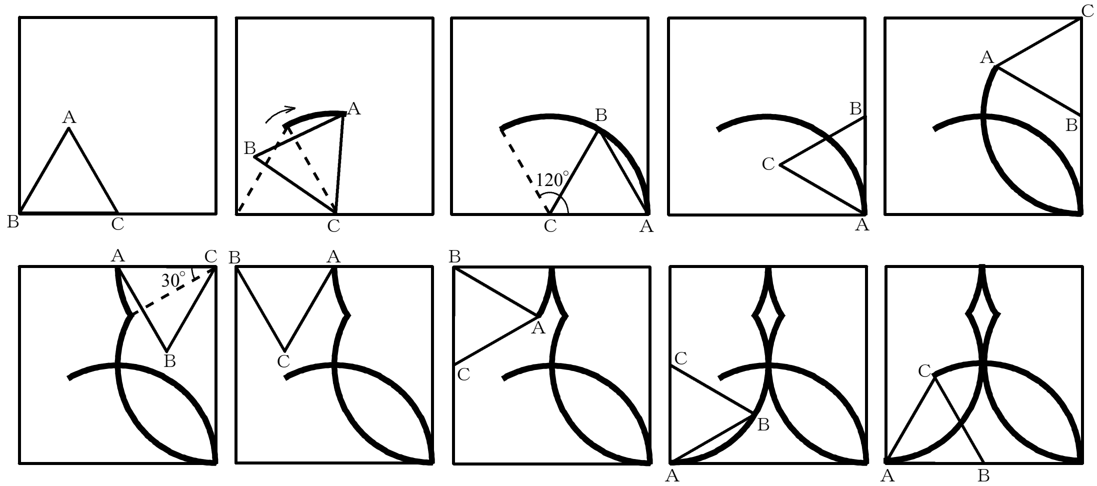
-9	-1	-8
-5	-6	-7
-4	-11	-3

-9	-2	-7
-4	-6	-8
-5	-10	-3

-9	-5	-4
-1	-6	-11
-8	-7	-3

-9	-4	-5
-2	-6	-10
-7	-8	-3

Ⅱ(1)，(2)①



②半径３cmの扇型の弧で，中心角 120°のものが３つ，中心角 30°のものが２つあると考えて，

$2\pi\times 3\times\frac{120}{360}\times 3+2\pi\times 3\times\frac{30}{360}\times 2=7\pi$ より，７πcm

Ⅲ(1)① Ａさんは，最終的に「Ｌナンバー」を $\boxed{20}$ とすることができれば，必ず勝つことができます。
今，Ａさんの「Ｌナンバー」が16のとき、Ｂさんの次の「Ｌナンバー」は，17，18，19がありえます。

よって，　「“ $\boxed{17}$ ”のとき “ $\boxed{18}$ $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ ”を取る」
「“ $\boxed{17}$ $\boxed{18}$ ”のとき “ $\boxed{19}$ $\boxed{20}$ ”を取る」
「“ $\boxed{17}$ $\boxed{18}$ $\boxed{19}$ ”のとき “ $\boxed{20}$ ”を取る」

② 先手のＢさんの１回目の「Ｌナンバー」が１，２，３のどれであっても，Ａさんは，それに応じて「Ｌナンバー」が４になるようにとることができます。以後，Ｂさんのカードの取り方に応じて，Ａさんは「Ｌナンバー」が８，12，16，20になるようにします。これによって，Ｂさんが $\boxed{21}$ のカードを取ることになり，Ａさんは勝つことができます。

(2) 先手のＢさんの１回目の「Ｌナンバー」が１，２，３，４のどれであっても，それに続いてＡさんが必ず確保できる「Ｌナンバー」は５です。
また，(1)を参考に考えると，必今，「続けて４枚までカードを取ることができる」というルールでは，以後，Ａさんは５間隔に「Lナンバー」とすることができます。
このときＡさんが確実に確保できる「Ｌナンバー」は
５，10，15，20，25，30，35，40，45，50，…。
これらの数よりもカードの枚数が１枚だけ多いとき，Ａさんは勝つことができます。
よって，m ＝41　，46　のときＡさんは必ず勝つことが可能です。

【必勝法はあるか？】
碁石が21個あります。２人が交代で碁石を取ります。一度に取ることができる碁石の個数は１～３個です。
先手に必勝法はあるでしょうか？　また，後手に必勝法はあるでしょうか？

Ⅳ(1)①14500÷1430＝10.1…　だから，約10倍　（76.3÷7.5＝10.1…でも求められます。）
②1430÷7.5×100＝19066.6…　だから，約１万９千トン
（　1430÷(全国の収穫量)×100＝7.5　となります。）

(2) 割合を比べると，1.9÷76.3＝0.02490…　だから，秋田県の収穫量は山形県の収穫量の約0.02490…倍です。
14500×0.02490…＝361.0…
一の位を四捨五入して秋田県の収穫量 $\boxed{\text{あ}}$ は360（ｔ）です。

(3) 十の位を四捨五入して14500となる範囲は，14450以上，14550未満です。

Ⅴ(1)　（上から）x 段目に積み木が y 個あるとして、その関係をまとめます。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	１０	合計
y	1	4	9	１６	２５	３６	４９	６４	８１	１００	３８５

１＋４＋９＋16＋25＋36＋49＋64＋81＋100＝385　より　385個

(2)　上から x 段目にある積み木の中に，切り分けられた積み木が y 個あるとして、
奇数段目（$y=2x$）と偶数段目（$y=x$）に注意し関係を表にまとめ、合計70個になります。

x	4	5	6	7	8	9	１０	合計
y	4	１０	6	１４	8	１８	１０	７０

(3)　二つに分けたときの上側の立体について，上から x 段目に，積み木が y 個分あるとして、
(2)を利用しながらその関係を表にまとめます。

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	１０	合計
y	1	4	9	１４	１５	１５	１４	１２	9	5	９８

積み木は全部で385個ですから、上側の立体は積み木98個分、下側の立体は積み木は287個分となり、下側の立体の方が大きいことが分かります。

積み木１個の体積は８cm^3　ですから，下側の立体の体積は８×287を計算して2296cm^{3}となります。

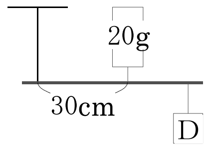
Ⅵ(1)　おもりＣの重さを x g とすると，20 x ＝30×50より x ＝75となります。

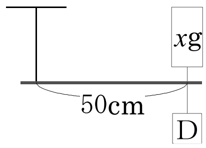
(2)　ばねばかりを支点から50cm のところに動かしたとき、棒がつり合って、ばねばかりが x g を示すとします。支点から30cm のところで20g を示すばねばかりが棒を引き上げる働きと、支点から50cm のところで x g を示すばねばかりが棒を引き上げる働きが同じことから、

30×20＝50× x

x ＝12

支点から50cm のところにおもりＤがあり、同じ位置でそのおもりを引き上げるばねばかりが12g を示していることから、おもりＤの重さは12g です。





(3)　おもりＥが支点から x cm のところにあるとします。

ばねばかりを支点から20cm のところに移動したとき、y g を示すとすると、

40×30＝20× y

y ＝60（g）

支点の左側20cm のところにあるおもりの重さが20g なので、おもりＥを取り除き、その代わりに、ばねばかりと同じ位置に80g のおもりをつるしても、棒はつり合います。つまり、支点から20cm のところにある80g のおもりが棒を傾ける働きと、支点から x cm のところにある100g のおもりＥが棒を傾ける働きが等しいので、

20×80＝ x ×100

x ＝16（cm）