平成26年度　わか杉チャレンジフェスティバル解答用紙（中学校）

エントリーナンバー	中　－　－	氏名	

Ⅰ

(1)	1 ~~2 3~~ ~~4~~ 5 6 ~~7~~ 8 9	○でかこんだ数の和	１５	気がついたこと	ルールに従えば，３つの数の和は常に１５となる。
(2)	５０５	○でかこむものについては，ルールに従っていれば正解とする。			

Ⅱ

(1)	２４π　　cm^2	(2)	２４π　　cm^2

Ⅲ

(1)	２n－１	(2)	２０　番目	(3)	１０１４０４９

Ⅳ

(1)	（例） １８：５＋１３ ４６：３＋４３	(2)	（例） １６：２＋２＋５＋７ ４の倍数は，２の倍数＋２の倍数と書ける。※より，２の倍数がそれぞれ２つの素数の和で表すことができるので，４の倍数は４つの素数の和として表すことができる。	(3)	５より大きい奇数から３を引くと，残りは４以上の偶数である。その偶数は，※より，２つの素数の和で表すことができる。つまり，５より大きい奇数は，２つの素数と３の和と書ける。３も素数だから，５より大きい奇数は３つの素数の和で表すことができる。

Ⅴ

(1)	８８　人	(2)	Ｃ	(3)	x ＝　２５

Ⅵ

(1)	９　通り	(2)	ａ＝５，ｂ＝５	(3)	１４８３３　通り

配点

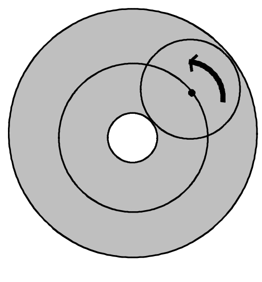
Ⅰ(1)　10点　(2)　6点　　Ⅱ(1)　6点　(2)　6点　　Ⅲ(1)　6点　(2)　6点　(3)　6点

Ⅳ(1)　3点×2　(2)　6点　(3)　6点　Ⅴ(1)　6点　(2)　6点　(3)　6点　Ⅵ(1)　6点　(2)　6点　(3)　6点

解説

Ⅰ(1)○がたてにも横にも並ばないように数をかこむことになる。そのかこみ方は，左上の数から右下の数へと斜めに囲んだこととと同じであり，斜めの数の和を求めればよい。

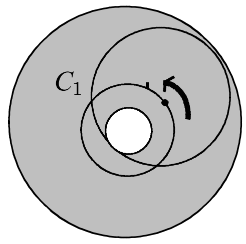
(2)１＋１２＋２３+…＋１００＝５０５（高校へ進学すると，数列という分野で習います。初項１，末項１００，項数１０の等差数列）



Ⅱ(1) 図より，

$\pi\times5^2-\pi\times1^2=24\pi(\mathrm{cm}^2)$

(2)図のように，円 C_1 の円周上の点が通過する範囲なので，



図の白い部分は通過しない。よって，

$\pi\times5^2-\pi\times1^2=24\pi(\mathrm{cm}^2)$

Ⅲ(1) 1，3，5，…なので，$1+(n-1)\times2=2n-1$

(2)例えば，4 番目のＬ字を作るまでに必要な碁石の総数は，$4\times4=16$ 個である。

同様に考えると，n 番目のＬ字を作るまでに必要な碁石の総数は，$n\times n=n^2$ 個である。

よって，総数が 400 個になるのは，20 番目のＬ字まで並べたときである。

(3)問題の図より，4 番目のＬ字までに必要な総数は 16 個だが，これは，

$1+3+5+7=16$ 個

と考えることができる。7 が 4 番目の奇数だと考えると，「4 番目の奇数までの和は，4^2」といえる。

つまり，1 からある奇数までの和は，最後の奇数が何番目の奇数かがわかれば，求めることができる。

2014 以下の自然数のうち，いちばん大きい奇数は 2013 であり，(1)より

$2n-1=2013$　　$n=1007$　　　　よって，求める和は，$1007^2=1014049$

Ⅳ(1)１８＝５＋１３，または，７＋１１　　　４６＝３＋４３，５＋４１，１７＋２９，２３＋２３　など

(2)　１６＝２＋２＋５＋７，３＋３＋３＋７，３＋３＋５＋５　など

４の倍数は，２の倍数＋２の倍数　と書ける。（４ｋ＝２・２ｋ＝２ｋ＋２ｋ，ｋ＝１，２，３・・・）

※より２の倍数がそれぞれ２つの素数の和で表すことができるので，４の倍数は，４つの素数の和として表すことができる。　　　例：１６＝８＋８＝（３＋５）＋（３＋５）

(3)　５より大きい奇数から３を引くと，残りは偶数（４以上）である。ここで，その偶数は，※より２つの素数の和で表すことができる。つまり，５より大きい奇数は，２つの素数＋３　と書ける。

３も素数であるから，５より大きい奇数は，３つの素数の和で表すことができる。

同じことを文字を使用して説明すると

５より大きい奇数Ｘは，Ｘ＝２Ｍ＋１（Ｍ＝２，３，４・・・）とおける。

ここで，Ｍ＝ｎ＋１（ｎ＝１，２，３・・・）と置き換えると，Ｘ＝２（ｎ＋１）＋１＝２ｎ＋３　となる。

２ｎは，※より２つの素数の和で表すことができるので，Ｘは，素数３も含めて３つの素数の和で表すことができる。

（注意）「３つの素数の和で表すことができる」の意味ですが，素数の和のすべての場合（例えば，１３の場合は，３＋３＋７，３＋５＋５の２通りある）について理由をたずねているのではなく，「できる」ことを確認しているのです。つまり，答えとしては，「３という素数をつかって，（とにかく）３つの素数の和で表すことができた」ことをいえばよいということになります。

次の場合と比較してください。

例：問い「奇数＋奇数は偶数になる理由をのべてください」

答え「３＋９＝１２，９＋２１＝３０，１９＋９１＝１１０・・・

このように，奇数と奇数を足すといつでも偶数になります。」

これでは，解答にはなっていません。いつでも　のところが一番重要なのですが，その説明がされていないのです。

Ⅴ（1） 350 ÷ 4 ＝ 87.5　よって 88 人から支持されれば，確実にベスト 3 に入る。

（2） A …行ったことがない人が最も少ないのが田沢湖である。

B …すべてに行ったことがない人は，多くても 20 人である。

D …資料からは，混雑している様子はわからない。

（3） 人数の関係から，$y = 45 - x$

よって，$1 \times 16 + 2 \times 21 + 3 \times 39 + 4 \times 85 + 5 \times 79 + 6x + 7(45 - x) + 8 \times 15 = 4.4 \times 300$

これを解いて，$x = 25$

Ⅵ（1） 4 人を 1，2，3，4 とし，それぞれがもってきたプレゼントを①，②，③，④とすると，

1	2	3	4
②	①	④	③
②	③	④	①
②	④	①	③
③	①	④	②
③	①	④	②
③	④	②	①
④	①	②	③
④	③	①	②
④	③	②	①

表より，9 通りある。

（2） ①の場合，6 人目の子は自分のプレゼントを誰かと交換しなくてはいけない。そのとき，交換できる相手は，先にいた 5 人なら誰でもいいので，交換の仕方は 5 通り考えられる。

また，②の場合，5 人の中で 1 人だけ，自分のプレゼントを持っている子がいるので，6 人目の子はその子と交換すればいい。自分のプレゼントを持っている子が誰であるかは，5 通りの場合が考えられる。

以上から，6 人でうまく交換できる仕方 N(6)は，

N(6)＝ 5×N(5)＋ 5×N(4)

（3） (2)を参考にして，計算すると，N(3)＝ 2，N(4)＝ 9 なので，

N(5)＝ 4×N(4)＋ 4×N(3)＝ 4×9 ＋ 4×2 ＝ 44

N(6)＝ 5×N(5)＋ 5×N(4)＝ 5×44 ＋ 5×9 ＝ 265

N(7)＝ 6×N(6)＋ 6×N(5)＝ 6×265 ＋ 6×44 ＝ 1854

N(8)＝ 7×N(7)＋ 7×N(6)＝ 7×1854 ＋ 7×265 ＝ 14833　　よって，14833 通り