平成26年度　わか杉フェスティバル　問題用紙
(中学の部)

エントリーナンバー	中ー　　ー	氏名	

注意 **答は，解答用紙の解答らんに書いてください。それ以外の場所に書いた場合は解答とみなしません。**

I　まなぶくんは，図1のように1から9までの数を書いたカードを準備して，次のルールで数を○でかこみ，かこんだ数の和を求めました。(1)，(2)の問いに答えなさい。

＜ルール＞

①始めに，この9個の数から1個を選んで○でかこみ，○の数の上下と左右にある数をすべて ━ で消します。(図2は，2を選んだときを表しています。)
②次に，残りの数から1個を選んで○でかこみ，○の数の上下と左右にある数をすべて ━ で消します。(図3は，残りの数4，6，7，9から6を選んだときを表しています。)
③残った1個の数を○でかこみます。(図4は，残った7を○でかこんだときを表しています。)
④最後に，○でかこんだ数の和を求めます。(図4では，2＋6＋7＝15となります。)

図1

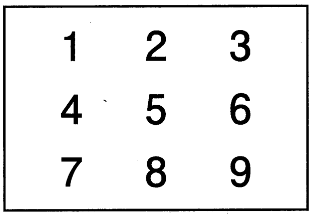


図2

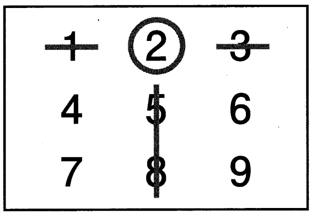


図3

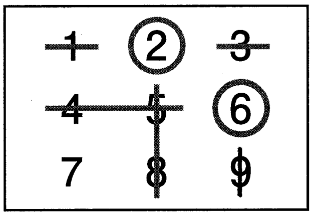
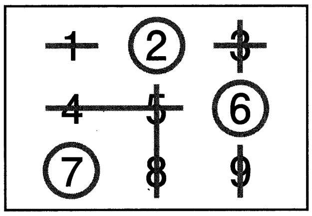
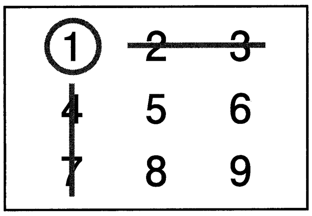


図4

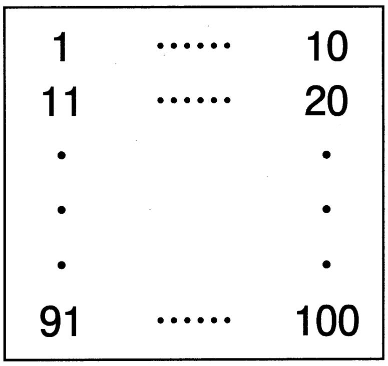


(1)



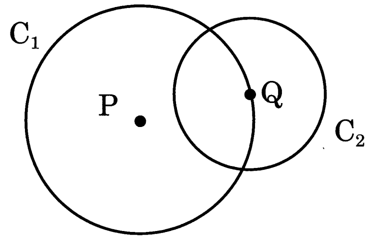
左の図のように，まなぶくんが始めに1を選んだとき，あなたならどう続けますか。続きをかき，○でかこんだ数の和を求めなさい。また，○でかこんだ数の和について，気がついたことを回答欄の ☐ に書いてください。

(2)　次のように，1から100までの数を書いたカードで(1)と同じようにやると，○でかこんだ数の和はいくらになりますか。

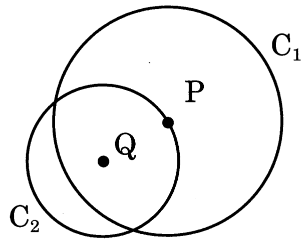


Ⅱ　半径が3 cmで中心がPの円C_1と，半径が2 cmで中心がQの円C_2があります。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

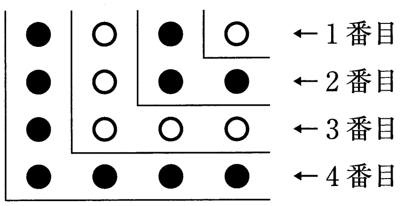
(1)　点Qが円C_1の円周上を1回転するとき，円C_2の円周上の点が通過する範囲の面積を求めなさい。



(2)　点Pが円C_2の円周上を1回転するとき，円C_1の円周上の点が通過する範囲の面積を求めなさい。



Ⅲ　次の図のように，白黒の碁石を交互にL字型に並べていきます。L字を作るために並べる碁石の個数は，1個，3個，5個，…のようになっていきます。この図を参考にして，以下の問いに答えなさい。



(1)　n番目のL字に含まれる碁石の個数をnの式で表しなさい。

(2)　使う碁石の総数が400個になるのは，何番目のL字まで並べたときかを求めなさい。

(3)　2014以下の自然数のうち，奇数の和を求めなさい。

Ⅳ　1より大きい整数で，1とその数以外で割り切れない数のことを素数（そすう）といいます。2，3，5，7，11・・・などが素数です。

18世紀，ドイツの数学者ゴールドバッハは次のことを予想しました。

「2よりも大きい偶数は，2つの素数の和として表すことができる」（※）

たとえば，$12 = 5 + 7$，$14 = 3 + 11$ あるいは $14 = 7 + 7$　などとなります。

※は，250年以上たった今でもその理由がわかりません（証明されていない）。代表的な未解決（みかいけつ）問題となっています。

ここでは，（※）は **「正しい」** として，次の問いに答えない。

(1)　18，46　をそれぞれ2つの素数の和で表しなさい。一組でよい。

(2)　16を4つの素数の和で表しなさい。一組でよい。また，4より大きい4の倍数は，4つの素数の和で表わすことができる理由をかきなさい。

(3)　5より大きい奇数は，3つの素数の和で表すことができる理由をかきなさい。

Ｖ　秋田県内のいくつかの中学校の３年生を対象に，秋田県にある観光で有名なところに行ったことがあるか，また，何回行ったことがあるか，についてアンケートをとりました。アンケートに協力してくれた人数は，350 人でした。

県内の観光名所についてのアンケート

次の 1. ～ 10. の観光名所の中で行ったことがあるものに○をつけてください。また，その回数も書いてください。

1．抱返り渓谷……………………………………（ある・ない　／　　　　回）
2．男鹿水族館……………………………………（ある・ない　／　　　　回）
3．千秋公園………………………………………（ある・ない　／　　　　回）
4．秋田市立赤れんが郷土館……………………（ある・ない　／　　　　回）
5．角館武家屋敷…………………………………（ある・ない　／　　　　回）
6．田沢湖…………………………………………（ある・ない　／　　　　回）
7．彌高神社………………………………………（ある・ない　／　　　　回）
8．ゴジラ岩………………………………………（ある・ない　／　　　　回）
9．なまはげ館……………………………………（ある・ない　／　　　　回）
10．横手市ふれあいセンターかまくら館………（ある・ない　／　　　　回）

(1)　上記のアンケートの観光名所は人気ランキングのベスト 10 ですが，350 人に聞いたとき，ベスト３に入るためには少なくとも何人から支持されなければならないか，求めなさい。ただし，同点で３位の場合もベスト３であると考えることにします。

(2) 実際に行ったアンケートの結果は，次のようになりました。ただし，回数は行ったことがある人の平均であり，行ったことがない人の回数を０回として計算していません。また，小数第２位を四捨五入しています。

1．抱返り渓谷……………………………………（ある 287 人　ない　63 人／2.4 回）
2．男鹿水族館……………………………………（ある 300 人　ない　50 人／4.4 回）
3．千秋公園………………………………………（ある 308 人　ない　42 人／6.8 回）
4．秋田市立赤れんが郷土館……………………（ある 220 人　ない 130 人／2.3 回）
5．角館武家屋敷…………………………………（ある 235 人　ない 115 人／1.9 回）
6．田沢湖…………………………………………（ある 330 人　ない　20 人／3.6 回）
7．彌高神社………………………………………（ある 268 人　ない　82 人／2.8 回）
8．ゴジラ岩………………………………………（ある 302 人　ない　42 人／1.2 回）
9．なまはげ館……………………………………（ある 246 人　ない 104 人／2.3 回）
10．横手市ふれあいセンターかまくら館………（ある 142 人　ない 208 人／1.6 回）

この資料を見て，Ａ～Ｄの４人が話をしています。４人の発言の中で，資料からいえることについて発言をしているのは，誰ですか。最も適切な人を１人選び，記号で答えなさい。

A「行ったことがない人が最も多いのは田沢湖はだね。」
B「すべてに行ったことがある人は 20 人以上いるね。」
C「行ったことがある人のうち，行った回数の平均が最も多いのは千秋公園だね。」
D「人が混雑していそうなのは，田沢湖だね。」

(3) 男鹿水族館に行った人の平均を詳しく調べるとちょうど 4.4 回であった。また，行った回数と人数を度数分布表にまとめると，次のようになる。

行った回数（回）	度数（人）
1回	16
2回	21
3回	39
4回	85
5回	79
6回	x
7回	y
8回	15
合計	300

x にあてはまる数を求めなさい。

Ⅵ　何人かが集まって，プレゼント交換会をすることにしました。プレゼント交換は次の①〜③のルールに従っておこないます。

〈ルール〉

① 各自が１つずつプレゼントをもってくる。

② それぞれのプレゼントに異なる番号をつける。

③ 番号が書いたカードを１枚引き，その番号と同じ番号のプレゼントをもらう。

ただし，プレゼント１つに対して，同じ番号のカードは１枚ある。また，全員が自分の持ってきたプレゼント以外のプレゼントをもらえるような交換ができたとき，「うまく交換できた」ということにする。

(1)　この交換会を４人で行うとき，うまく交換する方法は何通りありますか。

(2)　もっと多くの人数で行うとき，「うまく交換する方法は何通りあるか」を求めたいと思い，先生に質問したら，次のようなヒントをくれました。

先生

> 例えば，６人でうまく交換できる仕方を，次の（A），（B）２つの状態から考えてみよう。
>
> （A）　５人でうまく交換できている状態
>
> （B）　５人で交換したら，１人だけ自分のもってきたプレゼントをもらうことになった状態，つまり，４人についてはうまく交換できた状態
>
> A の状態から，１人増えたとしよう。６人目の人は自分のプレゼントを持っているので，最初の５人の誰かとプレゼントを交換すれば，結果的に６人でうまく交換できた状態になるね。
>
> 今度は，B だ。A と同じように１人増えたとしよう。この６人の中には２人だけ自分のプレゼントをもっている人がいるね。その２人が交換すれば，結果的に６人でうまく交換できた状態になるね。

この方法で考えていくと，６人でうまく交換する仕方は，次のように計算できる。$\boxed{a}$，$\boxed{b}$ にあてはまる数字をそれぞれ答えなさい。ただし，４人，５人，６人でうまく交換する仕方を，それぞれ N(4)，N(5)，N(6) と表している。

$$N(6)=\boxed{a}\times N(5)+\boxed{b}\times N(4)$$

(3)　この交換会を８人で行うとき，うまく交換する方法は何通りありますか。