平成24年度学力検査問題

数　　　　学

（ 2時間目　60分 ）

注　　　　意

1　問題用紙と解答用紙の両方の決められた欄に，受検番号と氏名を記入しなさい。
2　問題用紙は開始の合図があるまで開いてはいけません。
3　問題は１ページから９ページまであり，これとは別に解答用紙が１枚あります。
4　答えは，すべて解答用紙に記入しなさい。

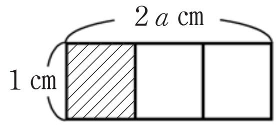
受検番号		氏　名	

1 次の（1）〜(15)の中から，**指示された８問**について答えなさい。

（1） 次の①，②を計算しなさい。

① $2\times(-3)^2$　　② $10+2\times(-3^2)$

（2） 右の図のように，縦 1 ㎝，横 $2a$ ㎝の長方形の板が 3 等分されている。このとき，図の斜線部分の面積を，a を用いた式で表しなさい。



（3） $2a+b$ から $3a-b$ をひいた差を求めなさい。

（4） 等式 $a+\dfrac{b}{3}=2c$ を，b について解きなさい。

（5） $\sqrt{8}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

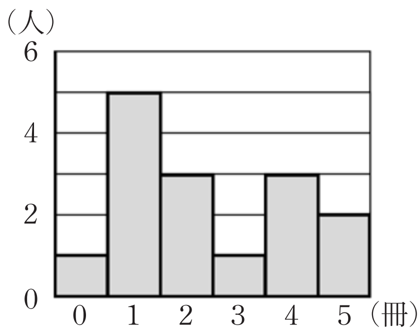
（6） $xy^2\div\dfrac{2}{3}y\times(-4x)$ を計算しなさい。

（7） 次の方程式①，②を解きなさい。

① $(x-2)(x+2)=3x$　　② $2x^2-5x-1=0$

（8） 右の図は，あるクラスの15人が冬休みに読んだ本の冊数を，ヒストグラムに表したものである。この15人が読んだ本の冊数について，次の**ア**〜**エ**から正しいものを１つ選んで記号を書きなさい。

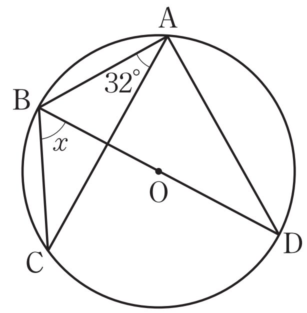
ア 分布の範囲は，4 冊である。
イ 最頻値（モード）は，5 冊である。
ウ 中央値（メジアン）は，2.5 冊である。
エ 平均値は，2.4 冊である。



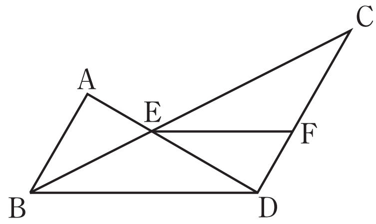
（9） ある中学校の昨年度の生徒数は230人であった。今年度の生徒数は，昨年度と比べ，男子が10％増え，女子が 5％減り，全体で 5 人増えた。昨年度の男子，女子それぞれの生徒数を求めなさい。

(10) 300を 2 けたの自然数 N で割ったところ，商があまりの 2 倍になった。このような N を求めなさい。

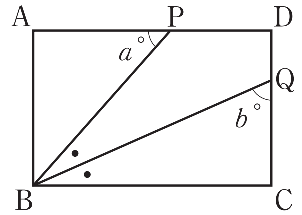
(11)　右の図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，線分 BD は直径である。$\angle \mathrm{BAC} = 32^\circ$のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



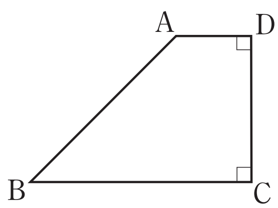
(12)　右の図で，線分 AB と線分 CD は平行であり，線分 AD と線分 BC の交点を E とする。点 F は線分 CD 上の点であり，線分 EF と線分 BD は平行である。AB = 3 ㎝，BD = 6 ㎝，CD = 5 ㎝ であるとき，線分 EF の長さを求めなさい。



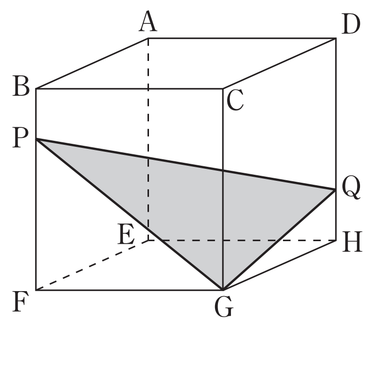
(13)　右の図で，四角形 ABCD は長方形である。点 P は辺AD 上の点であり，$\angle$PBC の二等分線と辺 CD の交点を Q とする。$\angle \mathrm{APB} = a^\circ$，$\angle \mathrm{BQC} = b^\circ$とするとき，$b$ を a を用いた式で表しなさい。



(14)　右の図のように，台形ABCD があり，AD = 1 ㎝，CD = 2 ㎝，$\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{ADC} = 90^\circ$，$\angle \mathrm{BAD} = 135^\circ$である。この台形 ABCD を辺 CD を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率を π とする。

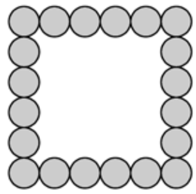
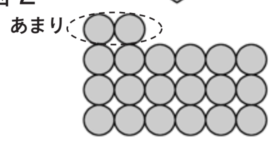


(15)　右の図のように，1 辺が 4 ㎝の立方体 ABCD − EFGH がある。点 P，Q は，それぞれ辺 BF，DH 上の点であり，BP = HQ = 1 ㎝である。このとき，△PGQ の周の長さを求めなさい。



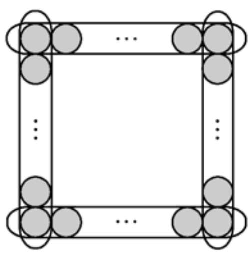
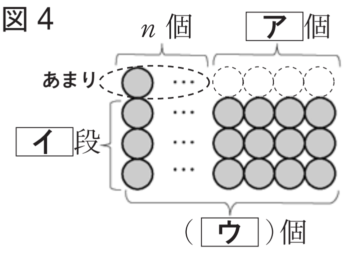
2　次の（１），（２）の問いに答えなさい。

（１）　健司さんは，江戸時代の数学を紹介した本を読んで，「薬師算（やくしざん）」に興味をもち，調べた内容を次のようなレポートにまとめました。

> ## 薬師算のしくみ
>
> 薬師算は，相手が正方形の形に並べた碁石（ごいし）の総数を，碁石を見ないで当てる方法です。その手順は次のとおりです。
>
> $\boxed{1}$　相手に，碁石を**図１**のように，正方形の形に並べてもらう。ただし，１辺の碁石の数は５個以上とする。
>
> $\boxed{2}$　**図２**のように，**図１**の碁石を，各段の個数が正方形の１辺の碁石の数になるように，並べ替えてもらう。
>
> $\boxed{3}$　最後の段には，あまった碁石を並べてもらう。
>
> $\boxed{4}$　あまりの数（最後の段に並べた碁石の個数）だけを教えてもらう。
>
> $\boxed{5}$　あまりの数を４倍して12をたすと，碁石の総数を当てることができる。
>
> **図１**
>
> 
>
> **図２**
>
> 
>

①　あまりの数が「２」のとき，薬師算の方法を使って，相手が並べた碁石の総数を求める**式**を書きなさい。

②　このレポートには，「あまりの数を４倍して12をたす」と，碁石の総数を当てることができる理由も書かれています。次の内容が正しくなるように，**ア**，**イ**には**数**を，**ウ**，**エ**には**最も適切な式**を書きなさい。

> **図３**
>
> 
>
> **図４**
>
> 
>
>
> ［理由］
>
> ・**図３**のように，碁石を　　で囲んで考える。正方形の各頂点の碁石は重複しているので，正方形の形に並べられた碁石の総数は，１辺の碁石の数の４倍より$\boxed{\text{ア}}$個少ない。
>
> ・**図３**の碁石を**図４**のように並べ替えると，**図３**の正方形の１辺と同じ数の碁石が並ぶ段が$\boxed{\text{イ}}$段と，正方形の１辺より$\boxed{\text{ア}}$個少ない碁石が並ぶ段が１段できる。
> あまりの数を n とすると，正方形の１辺の碁石の数は（$\boxed{\text{ウ}}$）個となる。
> このことから，碁石の総数を求める式は，
> （$\boxed{\text{ウ}}$）×$\boxed{\text{イ}}$＋ n
> ＝$\boxed{\text{エ}}$
>
> ・したがって，碁石の総数は，あまりの数を４倍して12をたすと，当てることができる。

③　健司さんのレポートを読んだ美咲さんは,「正五角形の形に並べられた碁石についても同じようなことができるのではないか」と気づき,このことが正しいことを説明したいと考えました。**オ**～**キ**の［　　］に続きを書いて,説明を完成させなさい。

図5

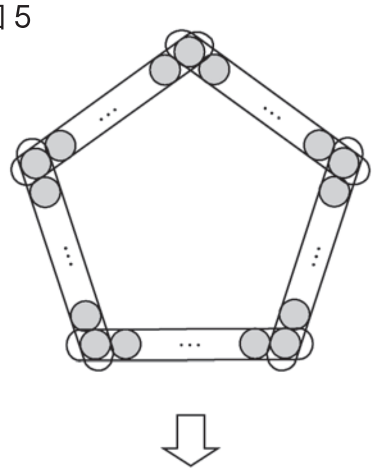
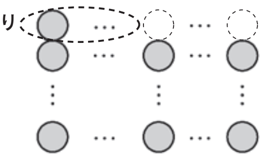


図6



［説明］

・1 辺の碁石の数は 6 個以上とする。

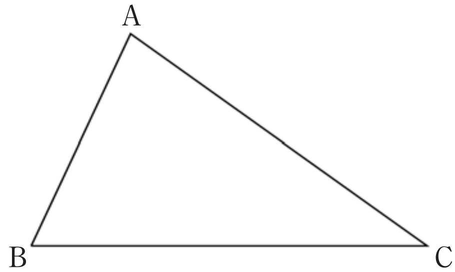
・図5のように,碁石を（　　）で囲んで考える。
正五角形の各頂点の碁石は重複しているので,正五角形の形に並べられた碁石の総数は,1 辺の碁石の数の［　　**オ**　　］少ない。

・図5の碁石を図6のように並べ替えると,

［　　**カ**　　］

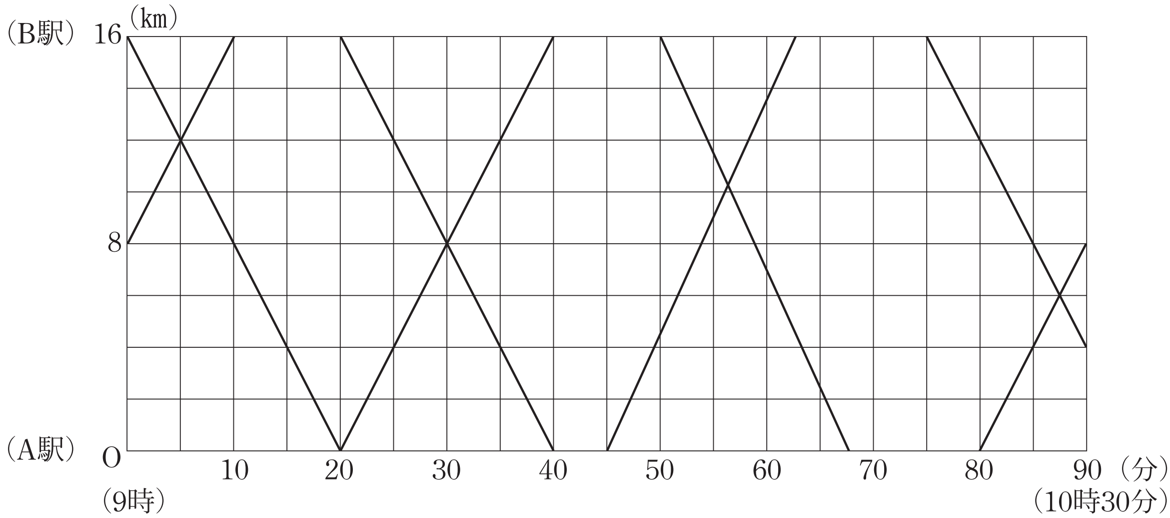
・したがって,碁石の総数は,
［　　**キ**　　］と,
当てることができる。

（2）　図のように三角形 ABC がある。2 つの頂点 A, B から等しい距離にある辺 BC 上の点 P を,定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし,作図に用いた線は消さないこと。



3 次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 次の図は，16kmはなれたA駅とB駅の間の，9時から10時30分までの列車の運行のようすを示したグラフである。このグラフについての考察を読んで，①，②の問いに答えなさい。



［考察］

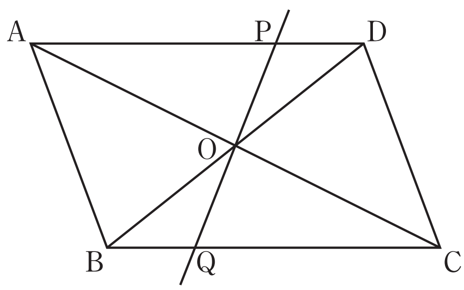
・B駅を9時20分に出発する列車は，速さが時速 $\boxed{ア}$ kmで，A駅から来た列車に9時 $\boxed{イ}$ 分に出会う。

・自転車で，9時5分にA駅を出発する。線路沿いの道を，時速12kmの一定の速さでB駅まで行くと，B駅に着くまでに，B駅から来る列車に何回か出会う。最初に出会うのは，9時 $\boxed{ウ}$ 分で，A駅からB駅に向かって $\boxed{エ}$ km進んだ場所である。

① 考察の内容が正しくなるように，**ア**～**エ**にあてはまる**数**を書きなさい。

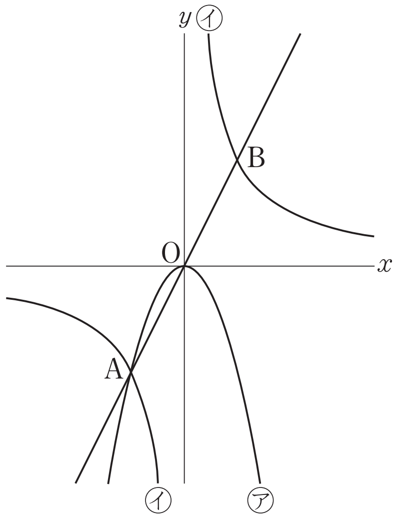
② 下線部について，上のグラフを使って，出会う回数を調べる方法を説明しなさい。

(2) 右の図のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点Oを通る直線と辺AD，BCとの交点をそれぞれP，Qとする。このとき，△AOP ≡ △COQとなることを証明しなさい。



4 次の（1），（2）の問いに答えなさい。

（1）　右の図において，㋐は関数 $y=-x^2$，㋑は関数 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフである。点 A は㋐と㋑の交点であり，x 座標は -2 である。直線 OA と㋑の交点のうち，A と異なる点を B とする。

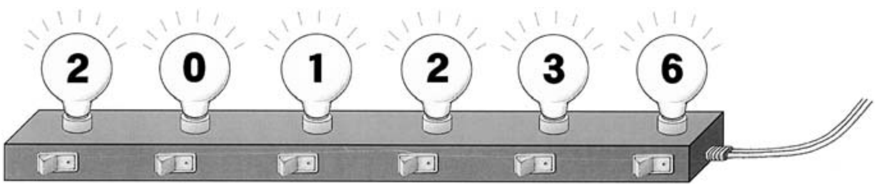


①　関数 $y=-x^2$ において，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

②　a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

③　x 軸上に，x 座標が正である点 C をとる。$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$ になるとき，点 C の座標を求めなさい。

（2）　図のように，6 個の電球が点灯している。それぞれの電球には，左から順に，2，0，1，2，3，6 の数が 1 つずつ書かれている。大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。a と b が異なる場合は，左から数えて a 番目と b 番目の電球を消灯する。a と b が等しい場合は，どの電球も消灯しない。このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

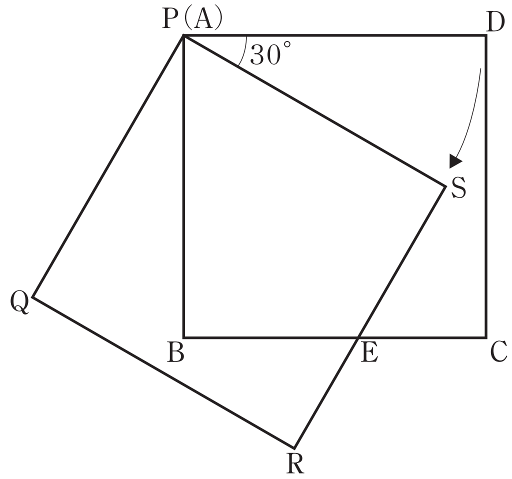


①　$a=4$，$b=5$ であるとき，点灯している電球に書かれている数の和を求めなさい。

②　点灯している電球に書かれている数の和が，6 の倍数になる確率を求めなさい。ただし，さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

5 次のⅠ～Ⅲの中から，**指示された問題**について答えなさい。

Ⅰ 1 辺が 6 cmの正方形 ABCD がある。正方形 ABCD と合同な正方形 PQRS を，頂点 A，B，C，D にそれぞれ頂点 P，Q，R，S が一致するように重ね，図のように，点 P を中心として時計回り（矢印の方向）に30°回転させた。このとき，辺 BC と辺 RS の交点を E とする。次の（１）～（３）の問いに答えなさい。ただし，円周率をπとする。



（１） ∠BES の大きさを求めなさい。

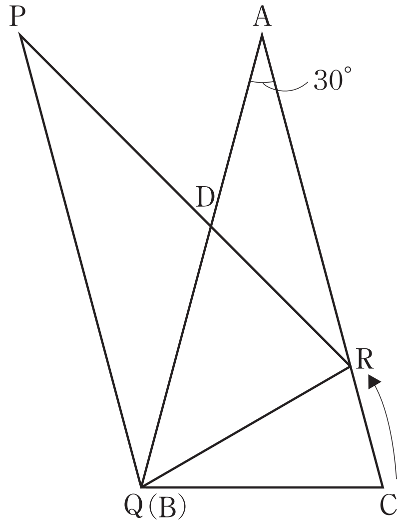
（２） 点 S が描(えが)いた線の長さを求めなさい。

（３） 正方形 ABCD と正方形 PQRS が重なってできる四角形 PBES について，

① 対角線 PE の長さを求めなさい。

② 面積を求めなさい。

Ⅱ　AB ＝ AC，∠BAC ＝ 30°の二等辺三角形 ABC がある。二等辺三角形 ABC と合同な三角形 PQR を，頂点 A，B，C にそれぞれ頂点 P，Q，R が一致するように重ね，図のように，点 Q を中心として反時計回り（矢印の方向）に，点 R が辺 AC 上にくるまで回転させた。このとき，辺 AB と辺 PR の交点を D とすると，DR ＝ 4 ㎝である。次の（1）～（3）の問いに答えなさい。ただし，円周率を π とする。



（1）　∠DQR の大きさを求めなさい。

（2）　△ADR の面積を求めなさい。

（3）　次の①，②の問いに答えなさい。

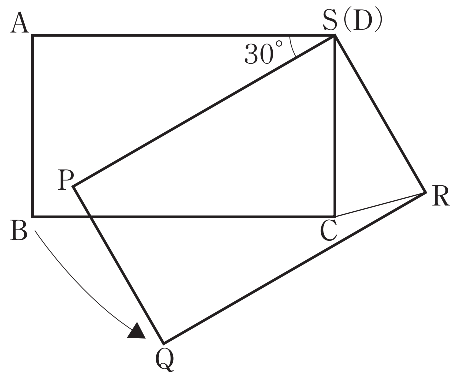
①　線分 QR の長さを求めなさい。

②　点 R が描（えが）いた線の長さを求めなさい。

Ⅲ　辺 AB が辺 BC より短い長方形 ABCD があり，BC ＝ 10㎝ である。長方形 ABCD と合同な長方形 PQRS を，頂点 A，B，C，D にそれぞれ頂点 P，Q，R，S が一致するように重ね，図１～図３のように，点 S を中心として反時計回り（矢印の方向）に回転させる。次の（１），（２）の問いに答えなさい。ただし，円周率を π とする。

（１）　図１のように，30°回転させ，点 C と点 R を線分で結ぶとき，∠CRQ の大きさを求めなさい。

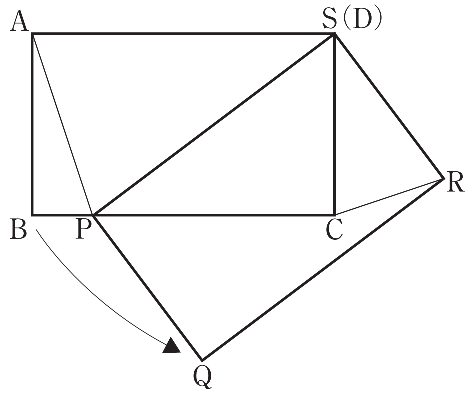
図１



（２）　点 P が辺 BC 上にあるとき，BP ＝ ２㎝ である。

①　図２のように，点 P が辺 BC 上にくるまで回転させたとき，△SAP の面積は，△SCR の面積の何倍か，求めなさい。

図２



②　図３のように，はじめて CS ＝ CR となる位置まで回転させた。このとき，点 P が点 A から描(えが)いた線，点 Q が点 B から描いた線，線分 AB，線分 PQ によって囲まれた部分の面積を求めなさい。

図３