平成27年度わか杉チャレンジフェスティバル解説（中学の部）

Ⅰ（1） $180°\times\frac{1}{25}=7.2$

（2） 地球の半径をrとすると，地球1周分を考えると

$$2\times3.14\times r=925\times25\times2$$

が成り立つから，

直径$2r=14729.2\cdots$

概数にして，14700km

扇形の中心角の大きさと，弧の長さは比例します。

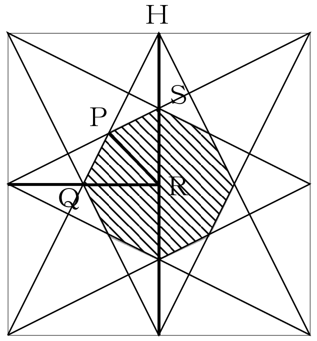
Ⅱ（1）①直線OEは$y=\frac{1}{4}x$，DFは$y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$だから連立して解いて，$\left(\frac{8}{5},\ \frac{2}{5}\right)$

②P $\left(\frac{8}{5},\ \frac{2}{5}\right)$ とする。また，直線DFとACの交点をQとすると $\left(\frac{14}{5},\ \frac{6}{5}\right)$

正方形ABCDの面積から，三角形PODと三角形QADの面積の和の4倍を引けばよい。

$$4\times4-\left(\frac{1}{2}\times1\times\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\times3\times\frac{6}{5}\right)\times4=8(\mathrm{cm}^2)$$

（2）



三角形ＰＱＲとＰＳＲは同じ面積

三角形ＰＳＨとＰＳＲも同じ面積

三角形ＨＱＲの面積は，正方形の$\frac{1}{16}$

$$6\times6\times\frac{1}{16}\div3\times8=6(\mathrm{cm}^2)$$

直線の交点の座標は，連立方程式を解いて求めます。

面積を求めるときは，補助線を引いたり，分けて考えたりすると簡単に求められることがあります。

Ⅲ (1) ① 手前と奥は縦4cm，横4cm。左右と上下は縦6cm，横4cm。

したがって　$4\times4\times2+4\times6\times4=128(\mathrm{cm}^2)$

② 隅の立方体のどれか。

③ 辺上の立方体を抜きとると$2\mathrm{cm}^2$増える。面の中央部にある立方体を抜きとると$4\mathrm{cm}^2$増える。$3\mathrm{cm}^2$だけ増える場合はない。

(2) $\underbrace{4\times4\times2}_{\text{(前後)}}+\underbrace{4\times6\times2}_{\text{(上下)}}+\underbrace{(4\times6-3)\times2}_{\text{(左右)}}+\underbrace{4\times8}_{\text{(穴)}}=154(\mathrm{cm}^2)$

(3) 4ページめの詳解を見てください。

> (1) ②③については，隅の立方体をとったとき，辺上(隅を除く)の立方体をとったとき，面の中央部にある立方体をとったとき，の3つの場合を考えることになります。それぞれの場合で，なくなる面と，新たに出てくる面を考えましょう。

Ⅳ (1) 時計回りに3つだけ回って$\boxed{0}$にくるから，

逆に$\boxed{0}$から3つだけ戻って，$\boxed{2}$

(2) ① 例えば，かぎを 2 とすると，

$4\times2=8$，$8\div5$の余りは3

だから，暗号は$\boxed{3}$となり，暗号文は

「かぎは 2 で，$\boxed{3}$ を通って帰る」

（他にも正解はたくさんある。）

② $a\div5$の余りが2になるaを考えると，

2，7，12などとなる。通る道をxとすると

$x\times3=a$ であり，$4\times3=12$だから，

実際に通る道は$\boxed{4}$

> ちょっとひといき
>
> インターネットなどで情報を送ったり受け取ったりするとき暗号がとても大切。実際に暗号を作るときには足し算や掛け算で作る。現代の暗号では整数を素数と素数の積にする(素因数分解といいます)ことが重要。
>
> (例) $221=17\times13$

Ⅴ (1) 2016年はうるう年だから，2016年の9月23日は，2015年の9月23日から366日後。

$366\div7$のあまりは2だから，曜日は2つずれるのから，2016年の9月23日は金曜日。

$2016\div4$のあまりは0だから，2016年の秋分の日は22日。

したがって，2016年の秋分の日は木曜日。

(2) まず，2020年の9月23日の曜日を考える。$366+365+365+365+366=1827$で，

$1827\div7$は7で割り切れるから，2020年の9月23日は水曜日。

敬老の日は21日で月曜日。

$2020\div4$のあまりは0だから，秋分の日は22で火曜日。

したがって，2020年の9月に5連休はない。

(3) 平年は365日だから，1年で曜日は1日ずれ，うるう年は366日だから，1年で曜日は2日ずれる。9月23日の曜日を2015年から書き挙げると

水金土日月水木金土月火水木土日月火木金土日火水木金日月火水金

下線部はうるう年で，秋分の日が22日，その他の年の秋分の日は23日。

9月に5連休があるのは秋分の日が水曜日のときだから，

2015年，2026年，2032年，2037年，2043年の５回。

今日からx日後が何曜日かを考えるとき，xを7で割った余りを考えると，その分だけ曜日がずれます。例えば23日後だったら，7で割った余りは2だから，曜日は2つずれます。今日が土曜日の場合，23日後は月曜日になります。

Ⅵ (1) $a=22$のとき，Ⓐで22m進み，残りは100－22＝78m。22－12＝10だから，次からのⒷとⒸで10mずつ進む。78÷10は割り切れないから，ゴールできない。

$a=32$のときも同じ。

$a=34$のとき，Ⓐで34m進み，残りは100－34＝66m。次からのⒷ→Ⓒで34－12＝22mずつ進む。66÷22＝3だから，ⒷとⒸをそれぞれ3回ずつ行えばゴールする。

このときの走る回数は1＋2×3＝7(回)

(2) 走る距離の合計を長くするためには，Ⓐ，Ⓒでできるだけゴールに近づき，Ⓑでできるだけスタートに近づけばよい。Ⓐで98m進み，次からのⒷ→Ⓒで1mずつ2回進むようにし，かつⒷではできるだけスタートに近づくから，$a=98$，$b=97$とすればよい。このときの走る距離の合計は98＋(98＋97)×2＝488(m)

(3) 走る回数がn回のとき，Ⓐを除いた回数が$n-1$回だからⒷとⒸはそれぞれ$\dfrac{n-1}{2}$回。

したがって，$c=a+(a-b)\times\dfrac{n-1}{2}$

いろいろな整数を当てはめて考えて，書いてみましょう。うまくいかない整数もたくさん出てくるかもしれませんが，適当に当てはめるだけでなく，どこをどう変えたらうまくいくのかを考えてみるとうまくいくでしょう。

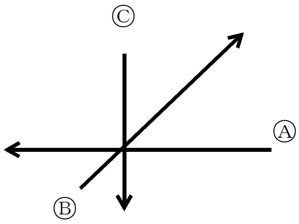
Ⅲ(3)の詳解です

以下の図で ⇝ は順に抜きとる立方体のルートを示している。

また、立方体の各面を数えるときは、

- 右から左へ・・・・Ⓐ
- 手前から奥へ・・・Ⓑ
- 上から下へ・・・・Ⓒ

の各方向からカウントする。

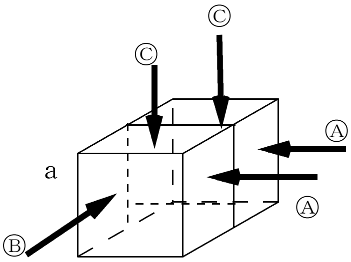


例　aと隣接立方体の抜きとり

- Ⓐ・・・２＋２
- Ⓑ・・・０
- Ⓒ・・・０＋０

増加面積 計　４㎠

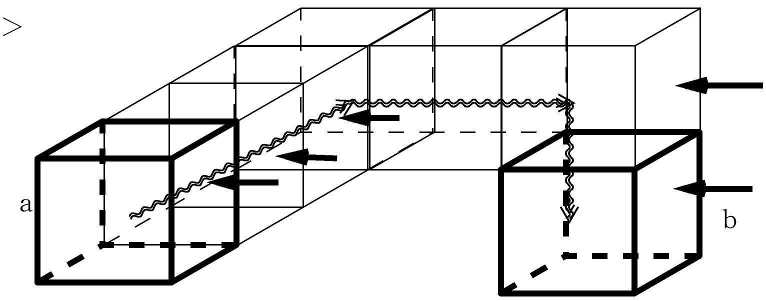
（※Ⓑ、Ⓒ 始めから表に出ている面があるのでその分は増加しない）



まず、Ⓐについて、抜きとる立方体数がもっとも少ないのは７個である。

立体ａからｂまで７個を抜きとるルートはいろいろあるが、次の３例で考える。

＜例＞



増加面積

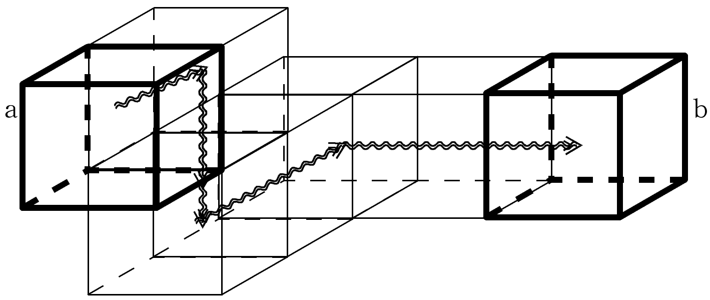
Ⓐ：＋６

Ⓑ：＋６

Ⓒ：±０

計１２㎠

表面積：１４０㎠



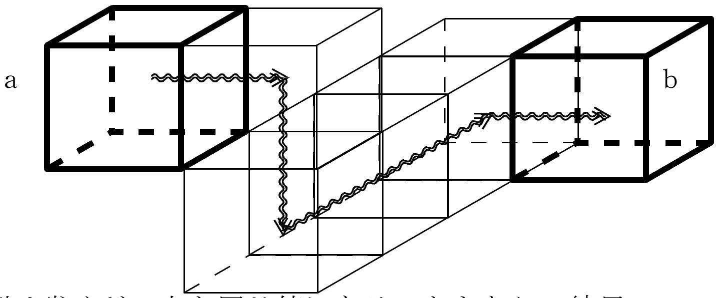
Ⓐ：＋８

Ⓑ：＋６

Ⓒ：＋８

計２２㎠

表面積：１５０㎠



Ⓐ：＋８

Ⓑ：＋２

Ⓒ：＋８

計１８㎠

表面積：１４６㎠

他の例は省くが、上と同じ値になることもあり、結局<u>１５０㎠</u> が最大の値である。