平成27年度　わか杉チャレンジフェスティバル　問題用紙
（中学の部）

エントリーナンバー	中－　　－	氏名	

注意 **答は，解答用紙の解答らんに書いてください。それ以外の場所に書いた場合は解答とみなしません。**

Ⅰ　今から約2400年前，古代ギリシャのアリストテレスは，すでに地球が球であることを示す証拠をいくつか知っていました。それから約100年後，エラトステネスは，地球の大きさを調べることに成功しました。その方法は，次のようになります。次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

　エラトステネスは，エジプトの大都市アレクサンドリアにいました。彼はある本を読んで，アレクサンドリアの真南にあるシエネという町では，夏至の日の正午に，井戸の底に太陽が映り，地面に垂直に立てた棒の影ができないことを知りました。これは，図１のように太陽の光がちょうど真上から射しているということを表しています。
　そこで，エラトステネスは，アレクサンドリアで，夏至の日の正午に，図２のように半球型の器具で棒の影の長さを測定しました。このとき，図２の弧の長さ（㋐の部分）は，半円の弧の長さの $\frac{1}{25}$ でした。ただし，棒は地面に垂直で，その長さは半円の半径に等しいものとします。

図１

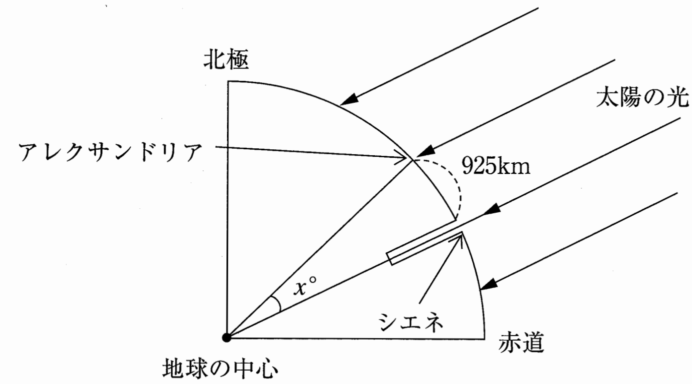
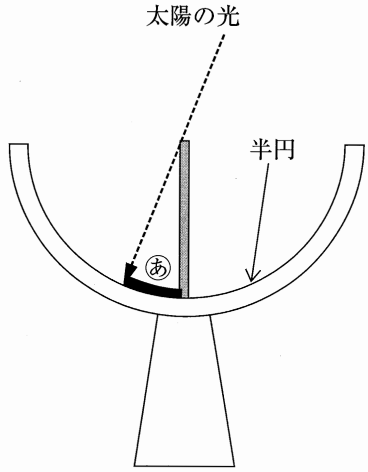


図２



(1)　図１の x の値を求めなさい。

(2)　当時の書物によると，アレクサンドリアとシエネは925km離れていると考えられていました。このことから，エラトステネスは地球の直径を計算することができました。エラトステネスが計算した地球の直径は約何kmになりますか。ただし，地球は完全な球であり，円周率は3.14とします。また，答えは，十の位を四捨五入し，百の位までの概数（がいすう）で答えなさい。

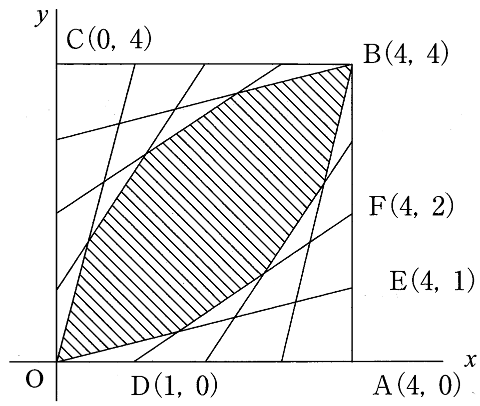
Ⅱ　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　一辺 4 cm の正方形 OABC の頂点の座標が O(0, 0)，A(4, 0)，B(4, 4)，C(0, 4) であるとします。各辺を 4 等分する点をとり，図 1 のように結びます。

①　点 D(1, 0)，E(4, 1)，F(4, 2) とするとき，直線 OE と DF の交点の座標を求めなさい。

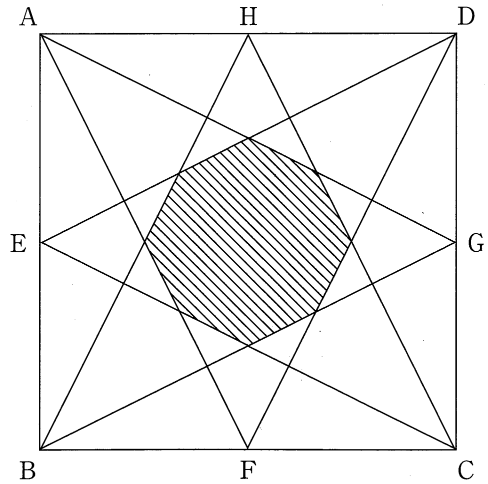
②　斜線部分の面積を求めなさい。

図 1



(2)　図 2 の正方形 ABCD は一辺の長さが 6 cm であり，辺の中点を E，F，G，H とします。斜線部分の面積を求めなさい。

図 2



Ⅲ　図１のように１辺１cmの立方体96個を積み上げてできた直方体があります。その直方体から立方体を１個ずつ抜きとった立体Ｖを考えます。
立方体を抜きとってもＶの形はくずれないとして，次の(1)〜(3)の問いに答えなさい

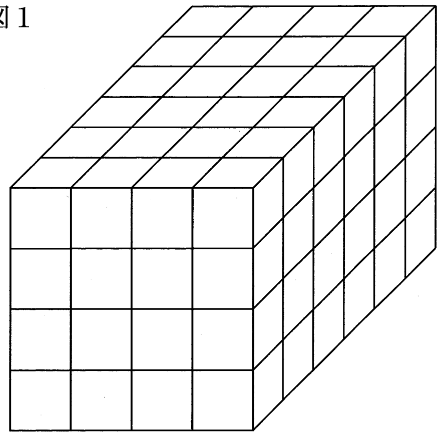
(1)　図１について

①　直方体の表面積を求めなさい。

②　表に見える立方体１個を抜きとっても立体Ｖの表面積が変わらないことはありますか。あるとしたら，その立方体の一つに斜線▨で解答らんにしるしをつけなさい。

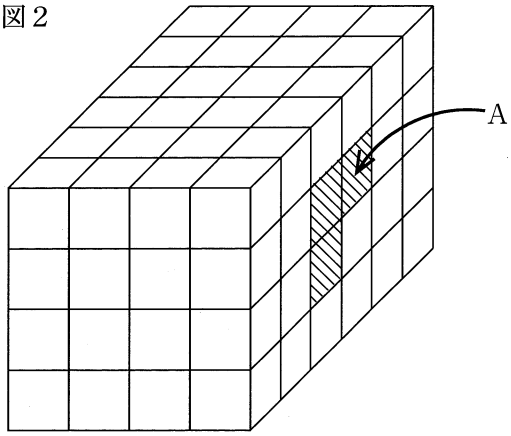
③　立方体１個を抜きとると，立体Ｖの表面積が 3cm^2 だけ増えることはありますか。あるとしたら，その立方体の一つに斜線▧で解答らんにしるしをつけなさい。

図１



(2)　図２で，３つの立方体の面Ａから反対側の面までまっすぐに立方体12個を抜きとるとき，立体Ｖの表面積を求めなさい。

図２

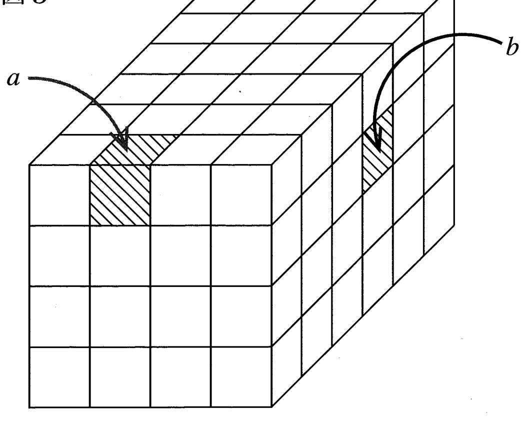


(3)　図３で，立方体 a から立方体 b まで，面が接する立方体を１個ずつ次々と抜きとります。

①　抜きとる立方体の個数が最も少ないとき，その個数（立方体 a, b を含む）は何個か，答えなさい。

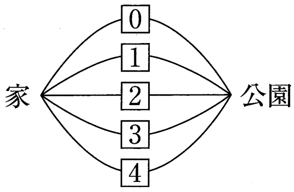
②　①のとき，立体Ｖの表面積が最も大きい場合で何 cm^2 か，答えなさい。

図３



Ⅳ　図1のように，たろうくん，たつこさん兄妹の家から公園までの道は，$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$の5通りあります。たろうくんとたつこさんは，公園からの帰り道を家にいるお父さんに暗号文にして伝えることを考えました。次の(1)，(2)の問題に答えなさい。

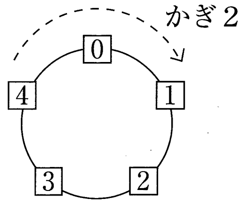
図1



(1)　たろうくんは，番号をずらして伝える方法を考えました。

【1】 1から4までの整数から1つ選びます。これをかぎと呼びます。
【2】 道の番号を右のように円周上に並べます。
【3】 通る道の番号からかぎの分だけ時計の針と同じ向きに番号をずらし，その番号を暗号とします。

例



たとえば，かぎが2で，$\boxed{4}$の道を通って帰るときの暗号は$\boxed{1}$となり，暗号文は「かぎは2で，$\boxed{1}$を通って帰る」となります。

たろうくんのお父さんが，たろうくんから暗号文「かぎは3で，$\boxed{0}$を通って帰る」を聞いたとき，たろうくんは実際に$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$のどの道を通って帰るか，答えなさい。

(2)　たつこさんは，計算によって暗号をつくる方法を考えることにしました。

【1】 実際の帰り道の番号を整数$\boxed{\text{あ}}$にします。
【2】 1から4までの整数から1つ選び，$\boxed{\text{い}}$とします。これをかぎと呼びます。
【3】 $\boxed{\text{あ}}$と$\boxed{\text{い}}$をかけ，その積を5でわった余りを求め，それを暗号$\boxed{\text{う}}$とします。このとき，暗号文は「かぎは$\boxed{\text{い}}$で，$\boxed{\text{う}}$を通って帰る」となります。

たとえば，実際の帰り道が$\boxed{3}$で，かぎが4の場合，

$3 \times 4 = 12$

$12 \div 5 = 2$ 余り 2

となるので，たつこさんのつくる暗号は$\boxed{2}$となり，暗号文は「かぎは4で，$\boxed{2}$を通って帰る」となります。

①　たつこさんが実際に$\boxed{4}$の道を帰って通るとき，たつこさんがつくる暗号文「かぎは$\boxed{}$で，$\boxed{}$を通って帰る」はいくつか考えることができます。その暗号文のうちの1つを答えなさい。

②　たつこさんのお父さんが，たつこさんから暗号文「かぎは3で，$\boxed{2}$を通って帰る」を聞いたとき，たつこさんは実際に$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$のどの道を通って帰るか，答えなさい。

V　今年（2015年）は5月のゴールデンウィークだけでなく，9月にも大型連休があります。19日は土曜日，20日は日曜日，21日は敬老の日，22日は「国民の休日」，23日は秋分の日で5連休です。

やすおさんは「国民の休日」について調べ，次のような解説を見つけました。

2015年9月

SUN	MON	TUE	WED	THU	FRI	SAT
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21 敬老の日	22 国民の休日	23 秋分の日	24	25	26
27	28	29	30			

> 国民の休日…前の日と次の日の両方が国民の祝日となる平日を「国民の休日」とよび，休日扱いとする。

やすおさんは，9月の大型連休がどのように訪れるかを研究しようと思い，国民の祝日（**資料1**），秋分の日（**資料2**），うるう年（**資料3**）についても調べてみました。次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

資料1　国民の祝日

1月1日	元旦
1月第2月曜日	成人の日
2月11日	建国記念の日
春分日	春分の日
4月29日	昭和の日
5月3日	憲法記念日
5月4日	みどりの日
5月5日	こどもの日
7月第3月曜日	海の日
8月11日	山の日（H28から）
9月第3月曜日	**敬老の日**
秋分日	**秋分の日**
10月第2月曜日	体育の日
11月3日	文化の日
11月23日	勤労感謝の日
12月23日	天皇誕生日

資料2　秋分の日

2015年～2044年では，下の表の通り，秋分の日が9月の22日の年と23日の年がある。

西暦年数	西暦年数を4で割ったときの余り			
	0	1	2	3
2015年～2044年	22日	23日	23日	23日

（2045年からは，上の表の通りではない。）

資料3　うるう年

> ・2016年，2020年のように，西暦年号が4で割り切れる年をうるう年とする。
> ・例外として，3000年のように，西暦年号が100で割り切れて400で割り切れない年は平年とする。

＊うるう年の2月は29日（平年だと28日）ある。したがってうるう年の1年は366日。

(1)　来年（2016年）の秋分の日は何曜日か，答えなさい。

(2)　やすおさんは，「東京オリンピックがある2020年の9月に5連休があるか？」という課題をつくり研究しました。$\boxed{\text{あ}}$～$\boxed{\text{え}}$に適切な数字やことばを入れ，課題の答えを完成させなさい。

> 2020年の敬老の日は9月$\boxed{\text{あ}}$日（月曜日），秋分の日は9月$\boxed{\text{い}}$日（$\boxed{\text{う}}$曜日）である。だから，2020年の9月に5連休は$\boxed{\text{え}}$。

(3)　2015年から2044年までの30年間に，9月に5連休があるのは何回か，答えなさい。

VI　熱血指導で有名な陸上部の武井先生が，下のような「ヨイデネ・シャトルラン」という冬のトレーニング方法を考えました。次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

ヨイデネ・シャトルラン

下のルールⒶ〜Ⓒにしたがって，Ⓐ→Ⓑ→Ⓒ→Ⓑ→Ⓒ→…と，ⒶのあとはⒷとⒸを繰り返して走る。ちょうどゴール地点に到達したら，シャトルランは終了とする。

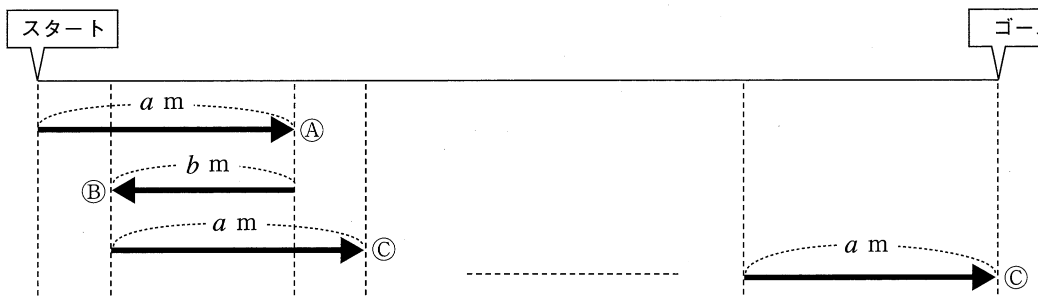
Ⓐ　スタート地点から，ゴール地点に向かって a m 走る。

Ⓑ　向きを変えて，スタート地点に向かって b m 走る。

Ⓒ　向きを変えて，ゴール地点に向かって a m 走る。

ただし，a，b は正の整数とし，途中でスタート地点・ゴール地点を通り過ぎないように定める。また，Ⓐだけでゴール地点に到達はしないものとする。

「走る回数」とは，Ⓐ〜Ⓒの回数の合計とする。例えば，Ⓐ→Ⓑ→Ⓒ→Ⓑ→Ⓒと走ってゴール地点に到達するとき，走る回数は5回となる。



(1)　スタート地点からゴール地点までの距離を100 m，$b = 12$ であるとします。このとき，整数 a は何通りか考えられるが，選択肢の中から a にあてはめることができるものを選び，その理由を書きなさい。またそのときの走る回数を答えなさい。

選択肢	22，32，34

(2)　スタート地点からゴール地点までの距離を100 m，走る回数を5回とします。走る距離の合計が最も長くなるときの合計距離を答えなさい。

(3)　スタート地点からゴール地点までの距離を c m，走る回数を n 回とするとき，c を a，b，n を使った式で表しなさい。